



பாடநூல்

S. Santhirakumar

Published by
Centre for External Degrees and Professional
Learning
South Eastern University of Sri Lanka
Oluvil.
2023

**மாதிரி மற்றும் மாதிரி
பரம்பல்கள்**

**Sampling and Sampling
Distributions**

Sampling and Sampling Distributions

Faculty of Arts and Culture
South Eastern University of Sri Lanka
University Park, Oluvil, Sri Lanka.

Title: Title: Sampling and Sampling Distributions

Author: S. Santhirakumar, Dept. of Economics & Statistics, FAC,
SEUSL

Type of Book: Text Book

First Edition, 2023

ISBN:

© 2023, South Eastern University of Sri Lanka

All rights reserved. No part of this textbook may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, photocopying and recording, or otherwise without the prior permission of the copyright owner and the author.

முன்னுரை

இலங்கைத் தென்கிழக்குப் பல்கலைக்கழகத்தில் வெளிவாரிப் பட்டப் படிப்பினைத் தொடர்கின்ற மாணவர்களின் கற்றல் - கற்பித்தல் செயற்பாடுகளை இலகுபடுத்தும் நோக்கில் ஒவ்வொரு பாட அலகுக்கும் பாடநூல்களை அறிமுகப்படுத்தும் திட்டம் முன்னெடுக்கப்பட்டு வருவது சிறப்பிற்குரியது. இத்திட்டத்தினை முன்னெடுத்துவரும் இலங்கை தென்கிழக்குப் பல்கலைக்கழக வெளிவாரிக் கற்கைகள் நிலையத்தின் முயற்சி போற்றுதற்குரியது.

கலை மற்றும் கலாசார பீடத்தின் வெளிவாரிப் பட்டப்படிப்புகள் மற்றும் தொழில்சார் கற்கை நிலையத்தின் முதலாம் வருட பாடநூல் வெளியீட்டுத் திட்டத்தின் கீழ் புள்ளிவிபரவியல் பாடத்தினை பிரதான பாடமொன்றாக தெரிவு செய்துள்ள மாணவர்களுக்கு புள்ளிவிபரவியல் கற்கை தொடர்பான அடிப்படை அறிவினை விருத்தி செய்யும் நோக்கில் புள்ளிவிபரவியலின் ஒரு பகுதியாக (மாதிரி மற்றும் மாதிரிப் பரம்பல்களும்) இந்நூல் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. நடைமுறை வாழ்வில் ஆய்வினை மேற்கொள்ளும் போது மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்து மற்றும் கணிப்பிடுகளை மேற்கொள்வதற் தன்மை முக்கியமான ஒன்று. இத்தகைய ஆய்வாளர்கள் குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரி தெரிவுகளை மேற்கொள்வதற்கு ஒரு மாதிரி அதன் பரம்பல் பற்றி இந்த பாட நெறி தெளிவாக விளக்குகின்றது.

இப்பாடநூல் புள்ளிவிபரவியல் முதலாம் வருட பாடவிதானத்தினை தழுவியதாகும். இந்நூல் மாணவர்களின் சுயகற்றலை இலகுபடுத்தக் கூடிய வகையில் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு அத்தியாயத்தின் இறுதிப் பகுதியிலும் மாதிரி வினாக்கள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளதுடன் அத்தியாயங்களில் உள்ள விடயங்கள் தொடர்பான மேலதிக அறிவினைப் பெற்றுக் கொள்வதற்க்கான நூற்பட்டியலும் தரப்பட்டுள்ளது. இப்பாடநூலினை மாணவர்கள் தமது சுய கற்றலுக்காக பயன்படுத்துவதுடன் இந்நூலில் தரப்பட்டுள்ள மாதிரி வினாக்களைக் கொண்டு பயிற்சி பெறமுடியும்.

இந்நூலாக்க முயற்சிக்கு துணைபுரிந்த எல்லாம் வல்ல இறைவனுக்கு முதற்கண் நன்றிகள். இப்பாடநூல் தயாரித்தல் செயற்றிட்டத்தை திறம்பட செயற்படுத்திக் கொண்டிருக்கும் இலங்கை தென்கிழக்குப் பல்கலைக்கழக வெளிவாரிக் கற்கைகள் நிலையத்தின் இயக்குனர் மற்றும் சிரேஸ்ட் பதிவாளர், கலை கலாசார பீடத்தின் வெளிவாரிக் கற்கைக்கான பொறுப்பாளர்கள் மற்றும் பீடாதிபதி ஆகியோருக்கு எமது நன்றிகளும் பாராட்டுக்களும். அத்தோடு நூலாக்கப் பணியில் எனக்கு உதவிய அனைவருக்கும் எனது மனமார்ந்த நன்றிகள்.

எஸ் சந்திரகுமார்

விரிவுரையாளர்

பொருளியல் மற்றும் புள்ளிவிபரவியல் துறை

கலை மற்றும் கலாசார பீடம்

இலங்கை தென்கிழக்கு பல்கலைக்கழகம்.

உள்ளடக்கங்கள்

முன்னுரை	V
உள்ளடக்கங்கள்.....	vii
அத்தியாயம் 01 மாதிரி எடுப்பு (Sampling)	1
1.1 அறிமுகம்.....	2
1.2 மாதிரி எடுப்பின் படிமுறைகள்.....	3
1.3 மாதிரி எடுப்பிற்கான காரணங்கள்.....	5
1.4 முழுமைத்தொகுதி பண்பளவைகளும் மற்றும் மாதிரி பண்பளவைகளும் 6	
1.5 வழுக்கள் (Errors)	7
1.6 மாதிரி எடுப்பின் நன்மை தீமைகள்.....	8
1.7 மாதிரி எடுப்பின் போது கவனிக்கப்பட வேண்டியவை	8
அத்தியாயம் 02 மாதிரி எடுப்பின் வகைகள்	11
2.1 அறிமுகம்.....	12
2.2 நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பு (Probability sampling)	12
2.3 நிகழ்தகவுற்ற மாதிரி எடுப்பு (Non Probability Sampling)	17
அத்தியாயம் 03 மாதிரி எடுப்பின் அளவைத் தெரிவு செய்தல்.....	22
3.1 அறிமுகம்.....	23
3.2 Solvin Yeoman மாதிரித் தெரிவு முறையை கணிப்பிடல்	23
3.3 மாதிரி எடுப்பின் விகிதாசார அடிப்படையில் தெரிவு செய்தல்.....	25
அத்தியாயம் 04 எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பு (Simple random sampling).....	33
4.1 அறிமுகம்.....	34
4.2 குடித்தொகையின் சராசரி மற்றும் மொத்த மதிப்பீடு.....	37
4.3 எளிய எழுமாற்று மாதிரியில் மொத்த குடித்தொகையை மதிப்பிடுதல் 44	
4.4 மதிப்பிடப்பட்ட குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரியைத் தெரிவு செய்தல்	46
4.5 குடித்தொகையின் விகிதத்தை மதிப்பிடல்	48
அத்தியாயம் 05 படை கொண்ட மாதிரி எடுப்பு (Stratified Random Sampling).....	53
5.0 அறிமுகம்.....	54

5.1	குடித்தொகை சராசரி மற்றும் மொத்த மதிப்பீடு.....	56
5.2	மதிப்பீட்டு வழக்கான எல்லை	58
5.3	மொத்த குடித்தொகையை மதிப்பிடல்	62
5.4	குடித்தொகை சராசரி மற்றும் மொத்தத்தை மதிப்பிடுவதற்கான மாதிரி அளவைத் தேர்ந்தெடுத்தல்.....	63
	அத்தியாயம் 06 முறைமையான மாதிரி (Systematic Sample).....	69
6.0	அறிமுகம்	70
6.1	குடித்தொகை இடையின் மதிப்பீடு	71
6.2	மொத்த குடித்தொகையின் மதிப்பீடு	73
6.3	குடித்தொகை விகிதசமன்	74
	உசாத்துணை	82

அத்தியாயம் 01

மாதிரி எடுப்பு (Sampling)

பொருளடக்கம்

1.0 மாதிரி எடுப்பு (Sampling)

1.1 அறிமுகம்

1.2 மாதிரி எடுப்பின் படிமுறைகள்

1.3 மாதிரி எடுப்பிற்கான காரணங்கள்

1.4 முழுமைத்தொகுதிபண்பளவைகளும் மற்றும் மாதிரி பண்பளவைகளும்

1.5 வழுக்கள் (Errors)

1.6 மாதிரி எடுப்பின் நன்மை தீமைகள்

1.7 மாதிரி எடுப்பின் போது கவனிக்கப்பட வேண்டியவை

அத்தியாயம் பற்றிய சுருக்கமான விபரிப்பு

ஒரு குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரியினைத் தெரிவு செய்யும் முறை மாதிரி எடுப்பு எனப்படும். மாதிரி எடுப்பின் படிமுறைகளைப் பயன்படுத்தி மாதிரி எடுப்பினை மேற்கொள்வது இலகுவானதாக காணப்படும்.

ஒரு பாரிய குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரி எடுப்பினைத் தெரிவு செய்வதன் மூலம் ஒரு ஆய்வினை இலகுவாகவும் சிறந்த முறையிலும் மேற்கொண்டு முடிவினைப் பெற முடியும்.

அத்தியாயத்தின் நோக்கம்

- மாதிரி எடுப்பு பற்றிய எண்ணக்கருவை விளங்கிக்கொள்ளல்
- முழுமையான குடித்தொகை பற்றிய அறிந்து கொள்வர்.
- மாதிரி எடுப்பின் படிமுறைகளை விளக்குதல்.
- மாதிரி எடுப்பிற்கான காரணங்களை தெளிவுசெய்தல்.

- மாதிரியின் வழக்களை அடையாளப்படுத்தல்.

கற்றல் பெறுபேறு

- மாதிரி எடுப்பு பற்றிய எண்ணக்கருவை தெளிவுபடுத்துவார்.
- குடித்தொகையின் தன்மைகளை அடையாளப்படுத்துவார்.
- மாதிரி எடுப்பின் படிமுறைகளை விளக்குவார்.
- மாதிரி எடுப்பிற்கான காரணங்களை தெளிவுபடுத்துவர்.
- மாதிரியின் வழக்களை தெளிவுபடுத்துவார்.

1.1 அறிமுகம்

மாதிரி எடுப்பு என்பது புள்ளிவிபரவியல் பகுப்பாய்வின் ஒரு முதன்மையான செயற்பாடாகும். ஒரு பாரிய குடித்தொகையிலிருந்து ஒரு ஆய்வாளனால் குறிப்பிட்ட ஒரு பகுதி தெரிவு செய்யப்படுதல் மாதிரி எடுப்பு என அழைக்கப்படும். மாதிரி எடுப்பானது ஒரு பாரிய குடித்தொகையைப் பற்றிய ஆய்வினை இலகுவான முறையில் மேற்கொள்ள உதவுகிறது.

பெரிய குடித்தொகை ஒன்றினைப் பற்றி சரியானதொரு ஆய்வினை மேற்கொள்வது ஆய்வாளனுக்கு கடினமானதாகும். ஒவ்வொரு தனி நபரையும் ஆய்விற்கு உற்படுத்துவது சாத்தியமற்றதாகும். அதனாலேயே ஆய்வாளர்கள் மாதிரி எடுப்பின் மூலம் ஒரு மாதிரியை தெரிவு செய்து அக்குடிக்கான ஆய்வினை மேற்கொள்கின்றனர்.

குடித்தொகை (Population)

ஒரு ஆய்வுக்காக உள்வாங்கப்படும் அனைத்து உறுப்புக்களையும் கொண்ட தொகுதி **குடித்தொகை** எனப்படும். குடித்தொகை இரண்டு வகைப்படும்.

1. முடிவுறு குடித்தொகை ஒரு குடித்தொகையின் எண்ணிக்கையானது வரையறுக்கப்பட்டதாக இருக்குமாயின் அக்குடி முடிவுறு குடித்தொகை எனப்படும்.

2. முடிவுறா குடித்தொகை ஒரு குடித்தொகையின் எண்ணிக்கையானது வரையறுக்க முடியாததாகவோ அல்லது சாத்தியமற்றதாகவோ காணப்படுமாயின் அக்குடி முடிவுறா குடித்தொகை எனப்படும்.

மாதிரி (Sample)

ஒரு குடித்தொகை ஒன்றிலிருந்து ஆய்வாளனால் தெரிவு செய்யப்படும் உறுப்புக்களை கொண்ட தொகுதி மாதிரி எனப்படும்.

1.2 மாதிரி எடுப்பின் படிமுறைகள்

- **ஆய்வின் நோக்கத்தை கண்டறிதல்**
ஒரு ஆய்வுக்கான முடிவினைத் தீர்மானிப்பதில் ஆய்வின் நோக்கமானது பிரதான பங்கு வகிக்கின்றது. ஆய்வின் நோக்கம் சரியான முறையில் தீர்மானிக்கப்படாவிடில் அதன் முடிவும் சரியாக அமையப் பெறாது.
- **மாதிரிக்கு உட்படுத்த வேண்டிய குடித்தொகை**
ஒரு குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரி தெரிவு செய்யப்படும் போது எந்த உறுப்புக்களை தெரிவு செய்ய வேண்டும் என்பதில் ஆய்வாளனுக்கு தெளிவு காணப்பட வேண்டும். அதாவது சரியான தகவல்கள் எங்கிருந்து கிடைக்கும் என ஆய்வாளன் அறிந்திருக்க வேண்டும்.
- **சேகரிக்கப்பட வேண்டிய தரவுகள்**
மாதிரி எடுப்பின் போது சேகரிக்கப்படும் தரவுகள் ஆய்வின் நோக்கத்திற்கு தொடர்புபட்டதா என்பது முக்கிய படிமுறையாக காணப்படுகிறது.
- **துல்லியத்தன்மை**
மாதிரி எடுப்பின் போது சில எதிர்பாராத வழக்கள் ஏற்படும். அதாவது குடித்தொகையிலிருந்து ஒரு பகுதி மட்டும் தெரிவு செய்யப்படும் போது அங்கு வழக்கள் ஏற்படுவது தவிர்க்க

முடியாததாகும். மாதிரிகளின் அளவை அதிகரிப்பதனால் இவற்றை தவிர்க்கலாம். ஆனால் அதற்கு அதிக பணமும் நேரமும் செலவிடப்படும். ஆகவே தரவுகளின் துல்லியத்தன்மையை தீர்மானிப்பது ஆய்வாளரின் முடிவாகும். தீர்மானங்களுக்கு ஏற்றவாறு மாதிரி எடுப்பின் போது ஏற்படும் வழக்களின் அளவு தீர்மானிக்கப்படும்.

- **அளவீட்டு முறைகள்**

தரவுகளுக்காக மாதிரிகளை அணுகும் முறை வேறுபடலாம். தரவுகள் சேகரிப்பதற்காக வினாக்கொத்து அல்லது நேர்காணல் மூலமாகவோ சேகரிக்கப்படலாம். இவற்றை சேகரிப்பதற்கான அணுகுமுறையான அஞ்சல் மூலமாகவோ, தொலைபேசி மூலமாகவோ அல்லது நேரடியாகவோ காணப்படலாம்.

- **கட்டமைப்பு**

ஒரு மாதிரி எடுப்பை தீர்மானிக்கும் முன்னர் குடித்தொகையை சில பகுதிகளாக பிரித்துக்கொள்வது முக்கியமானதாகும். இவ்வாறு பிரிக்கப்படும் பகுதிகள் குடித்தொகையின் எல்லா உறுப்புக்களையும் உள்ளடக்கி காணப்பட வேண்டும். உதாரணமாக, ஒரு நகரம் குடித்தொகையாக காணப்படுமாயின் அங்குள்ள ஒரு தனிநபராகவோ அல்லது ஒரு குடும்பமாகவோ பிரிக்கப்பட வேண்டும். இவ்வாறு குடித்தொகை மாதிரிகளாக பிரிக்கப்படுவதே கட்டமைப்பு ஆகும்.

- **மாதிரியை தெரிவு செய்தல்**

ஒரு ஆய்வுக்காக பல்வேறு முறைகளில் மாதிரிகள் தெரிவு செய்யப்படுகின்றன. ஆய்வுகளுக்கேற்ப மாதிரிகளின் அளவானது ஆய்வாளனால் தீர்மானிக்கப்படும்.

- **முற்சோதனை ஆய்வு**

ஒரு ஆய்வினை மேற்கொள்ளும் முன்னர் குறிப்பிட்ட சில ஆய்வுகளை முன் ஆய்வு செய்து பார்ப்பது பயனுள்ளதாக

காணப்படும். இவ்வாறான ஆய்வுகள் மூலம் வினாக்கொத்துக்களில் சரியான தகவல்களை சேகரிக்கும் வகையில் அபிவிருத்திகளை மேற்கொள்ளலாம். அதேநேரம் நேரம் மற்றும் பணத்தின் செலவுகளை கட்டுப்படுத்தலாம்.

- **களப்பணியை ஒழுங்கமைத்தல்**

விரிவான ஆய்வுகளை மேற்கொள்ளும் போது ஆய்வாளன் பல சிக்கல்களுக்கு முகம் கொடுக்க வேண்டிய நிலை காணப்படுகிறது. ஆய்வாளன் ஒரு ஆய்வினை மேற்கொள்ளும் முன் ஆய்வுக்கான நோக்கத்தை கண்டறியவும் அளவீட்டு முறைகளை கண்டறியவும் சரியான பயிற்சியினை பெற்றிருக்க வேண்டும். மாதிரிகளில் உள்ள உறுப்புக்கள் சரியான முறையில் பதிலளிக்காவிடில் அதனைக் கையாள்வதற்குரிய திறன் ஆய்வாளனிடம் காணப்பட வேண்டும்.

- **தரவுகளை சுருக்குதல் மற்றும் பகுப்பாய்வு செய்தல்**

முதலாவதாக பெறப்பட்ட வினாக்கொத்துக்களில் வழக்களைத் திருத்தப்பட்டு சரிபார்க்க வேண்டும். மாதிரிகளால் பதிலளிக்கப்படாத கேள்விகளை தவிர்த்து அத்தரவுகளை கணினியில் பதிவேற்றம் செய்து கொள்ள முடியும். பல்வேறுபட்ட மதிப்பீட்டு முறைகளை பயன்படுத்தி தரவுகளை பகுப்பாய்வு செய்து கொள்ள வேண்டும்.

- **எதிர்கால ஆய்வுகளை நோக்காக கொண்டு தரவுகளை சேகரித்தல்**

ஒரு ஆய்வினை மேற்கொள்வதற்காக முதலில் குடித்தொகையை அறிந்து மாதிரிகளை தெரிவு செய்வது எதிர்காலத்தில் மேற்கொள்ளும் ஆய்வுகளுக்கு சிறந்த வழிகாட்டியாக அமையும். அதேநேரம் அம்மாதிரிகளின் இடை, நியம விலகல் போன்ற அளவீடுகளை கண்டறியவும் பயனுள்ளதாக காணப்படும்.

1.3 மாதிரி எடுப்பிற்கான காரணங்கள்

- **நேரம்:** ஒரு பெரிய குடித்தொகை ஒன்றிலிருந்து எல்லா உறுப்புக்களையும் உள்ளடக்கி தகவல் சேகரிப்பது

கடினமானதாகும். எனவே, குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரியை தெரிவு செய்து அம்மாதிரிகளிலிருந்து தகவல்களை சேகரிப்பதால் நேரம் வீண்விரயமாவதை தவிர்க்கலாம்.

- **செலவைக் கட்டுப்படுத்தல்:** முழுமையான ஒரு குடித்தொகையிலிருந்து தகவல்களை பெற்றுக்கொள்ள ஏற்படும் செலவை விட ஒரு மாதிரியிலிருந்து தகவல்களை பெற்றுக்கொள்வதற்கு செலவு குறைவாகும்.
- **குடித்தொகையின் அளவு:** ஆய்வினை மேற்கொள்ளும் போது சில சமயங்களில் குடித்தொகையின் அளவு வரையறுக்க முடியாததாக காணப்படும் சந்தர்ப்பங்களில் மாதிரி தெரிவு செய்யப்படும்.
- **அழியக்கூடிய மாதிரிகளாக காணப்படல்:** குடித்தொகையில் உள்ள மாதிரிகள் சில வேளைகளில் அழியக்கூடியதாக காணப்படும். அவ்வாறான குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரிகளை தெரிவு செய்வதனுடாக அம்மாதிரிகள் முழுமையாக அழிவுறுவதிலிருந்து பாதுகாக்க முடியும்.

1.4 முழுமைத்தொகுதி பண்பளவைகளும் மற்றும் மாதிரி

பண்பளவைகளும்

குடித்தொகை அலகுகளின் கூட்டுத்தொகை, இடை, நியமவிலகல், மாற்றற்றன் என்பன குடித்தொகையில் இருந்து கணிக்கப்படும் போது அது முழுமைத்தொகுதி பண்பளவைகள் அல்லது பரமானம் எனப்படும்.

$$\text{குடித்தொகை இடை} = \mu$$

$$\text{குடித்தொகை மாற்றற்றன்} = \sigma^2$$

$$\text{குடித்தொகை இணைப்புக் குணகம்} = \rho$$

மாதிரி அலகுகளின் கூட்டுத்தொகை, இடை, நியமவிலகல், மாற்றற்றன் என்பன குடித்தொகையில் இருந்து கணிக்கப்படும்

செயல்முறை மாதிரி பண்பளவைகள் அல்லது புள்ளிவிபரவியல் எனப்படும்.

மாதிரி இடை $= \bar{X}$

மாதிரி மாற்றிறன் $= S^2$

மாதிரி இணைப்புக் குணகம் $= r$

1.5 வழக்கள் (Errors)

குடித்தொகை ஒன்றிலிருந்து மாதிரி எடுத்தலினால் ஏற்படும் வழக்கள் மாதிரி எடுப்பு வழக்கள் எனப்படும். மாதிரி ஒன்றை எடுத்து அதனைக் கணிப்பிடும் போது பொதுவாக இரண்டு வகையான வழக்கள் இடம்பெறும்.

I. மாதிரிக் கணிப்பு வழக்கள் (Sampling Errors)

முழுமைத்தொகுதி பரமானங்களுக்கும் மாதிரி கணித்தல் மூலம் பெறப்பட்ட பண்பளவைகளுக்கும் இடையே உள்ள வித்தியாசம் மாதிரிக் கணிப்பு வழக்கள் எனப்படும். இது கோடலான வழு, கோடாத வழு என இரண்டு வகைப்படும்.

- கோடலான வழு (Biased Errors): இது மாதிரி ஒன்றை தெரிவு செய்தல், மதிப்பீடு செய்தல் போன்றவற்றால் ஏற்படுகிறது.
- கோடாத வழு (Unbiased Errors): இது குடித்தொகை ஒன்றிலிருந்து மாதிரிக்கு சேர்க்கப்பட வேண்டிய அலகு சேர்க்கப்படாமல் விடுவதனால் ஏற்படும் வழக்களாகும்.

II. மாதிரி கணிப்பற்ற வழக்கள் (Non-Sampling Errors)

ஆய்வொன்றை மேற்கொள்ளும் போது களப்பணி, தரவுகளைப் பதிவதில் ஏற்பட்ட தரவுகள் போன்றன மாதிரி கணிப்பற்ற வழக்கள் எனப்படும்.

உதாரணமாக 37க்கு பதிலாக 73 என பிரதியிடல்

1.6 மாதிரி எடுப்பின் நன்மை தீமைகள்

நன்மைகள்

- பணம், தொழிலாளர், நேரம், சக்தி என்பன மீதப்படுத்தப்படல்.
- முடிவுகளை குறித்த நேரத்தில் பெற்றுக்கொள்ள முடியும்.
- பணம், தொழிலாளர், நேரம், சக்தி என்பன மீதப்படுத்தப்படுவதால் கூடுதலான தகவல்களை பெற்றுக்கொள்ள முடியும்.
- குடித்தொகை முடிவிலியாயினும் இம்முறை சாத்தியமானது.
- குடித்தொகை கணக்கெடுப்பை விட திருத்தமான முடிவினைத்தரும்.

தீமைகள்

- விசாரணைகள் கவனக் குறைவாக இருப்பின் முடிவுகள் திருத்தமாக இருக்காது.
- சிலவேளைகளில் மாதிரி எடுப்புக்கள் சிக்கலாக இருப்பின் குடித்தொகை கணக்கெடுப்பை விட கூடுதலான பணம், தொழிலாளர், நேரம், சக்தி என்பவற்றை செலவிட வேண்டி இருக்கும்.
- மாதிரி எடுப்புக்களின் அளவுகள் பொருத்தமற்றதாக இருப்பின் முடிவுகள் சற்று விலகி இருக்கும்.

1.7 மாதிரி எடுப்பின் போது கவனிக்கப்பட வேண்டியவை

- தெரிவு செய்யப்படும் மாதிரி எடுப்பானது குடித்தொகையினை வகை குறிப்பதாக இருக்க வேண்டும்.
- எல்லா மாதிரி எடுப்புக்களும் கிட்டத்தட்ட ஒரே தன்மை கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.
- மாதிரி எடுப்புக்களில் உள்ள அலகுகள் கருத்தில் கொள்ளப்படுதல் வேண்டும்.

சுருக்கம்

- ❖ மாதிரி எடுப்பினை மேற்கொள்வதன் மூலம் ஆய்வின் முடிவுகளை துல்லியமானதாக பெற்றுக் கொள்ள முடியும்.
- ❖ மாதிரி எடுப்பினை பயன்படுத்துவதன் மூலம் ஒரு ஆய்வினை இலகுவாகவும் நேரம் மற்றும் பண வீண்விரயமின்றியும் மேற்கொள்ளலாம்.

பயிற்சி வினாக்கள்

1. குடித்தொகை மற்றும் மாதிரி என்றால் என்ன என்பதனை சுருக்கமாக விளக்குக.
2. மாதிரி எடுப்பின் படிமுறைகளை குறிப்பிடுக.
3. மாதிரி எடுப்புக்களை தெரிவு செய்வதன் முக்கியத்துவத்தை ஆராய்க.
4. பின்வருவனவற்றை சுருக்கமாக விளக்குக.
 - I. பரமானம்
 - II. புள்ளிவிபரவியல்
 - III. வழு
5. பரமானம் மற்றும் புள்ளிவிபரவியல் ஆகியவற்றுக்கிடையிலான வித்தியாசத்தை விளக்குக.
6. மாதிரி எடுப்பின் நன்மை தீமைகளை ஆராய்க.

உசாத்துணை

Cochran, W.G. (1977), *Sampling Techniques*, John Wiley & Sons (1977).

Black, K. (2006), *Business Statistics*, John Wiley & Sons (2006).

அத்தியாயம் 02

மாதிரி எடுப்பின் வகைகள்

- 2.0 மாதிரி எடுப்பின் வகைகள்
- 2.1 அறிமுகம் 12
- 2.2 நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பு (Probability sampling)
- 2.3 நிகழ்தகவுற்ற மாதிரி எடுப்பு (Non Probability Sampling)

அத்தியாயம் பற்றிய சுருக்கமான விபரிப்பு

மாதிரி எடுப்பு முக்கியமாக இரண்டு வகைப்படும் முதலாவது நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பு அதாவது குடித்தொகையில் உள்ள அனைத்து மாதிரிகளையும் நிகழ்தகவு அடிப்படையில் தெரிவு செய்யப்படுவது.

இரண்டாவது நிகழ்தகவுற்ற மாதிரி எடுப்பு அதாவது சிலவேளைகளில் எல்லா மாதிரிகளையும் நிகழ்தகவு அடிப்படையில் தெரிவு செய்ய முடியாத போது மேற்கொள்ளப்படும் மாதிரித் தெரிவாகும்.

அத்தியாயத்தின் நோக்கம்

- ஆய்வுகளின் நோக்கங்களுக்கேற்ப மாதிரி எடுப்பின் வகைகளை விளக்குதல்.
- ஆய்வுக்குப் பொருத்தமான மாதிரித் தெரிவுகளை மேற்கொள்ளுதல்.
- மாதிரி எடுப்புக்களின் அனுகூலம் மற்றும் பிரதிகூலங்களை வேறுபடுத்தி விளங்கப்படுத்துதல்.

கற்றல் பேறுகள்

- ஆய்வுகளின் நோக்கங்களுக்கேற்ப மாதிரி எடுப்பின் வகைகளை விளங்கப்படுத்துவீர்கள்.

- பொருத்தமான மாதிரி முறையை ஆய்வு தெரிவு முறையில் பயன்படுத்துவீர்கள்.
- மாதிரி எடுப்புக்களின் அனுகூலம் மற்றும் பிரதிகூலங்களை வேறுபடுத்தி விளங்கப்படுத்துவீர்கள்.

2.1 அறிமுகம்

மாதிரி எடுப்பானது அதன் ஆய்வுப் பிரதேசத்தின் தன்மையின்படி அக் குடித்தொகையை பிரதிநிதித்துவப் படுத்துவதற்காக முழுக் குடித்தொகையில் இருந்து தெரிவு செய்கின்ற நபர்கள் அல்லது குடும்பங்கள் மாதிரி எடுப்பாகும்.

ஏன் மாதிரி எடுப்பை ஆய்வில் மேற்கொள்ள வேண்டும் அதாவது புள்ளிவிபர ஆய்வில் ஆய்விற்குட்படுத்தப்படும் அனைத்து உறுப்புக்களையும் கொண்ட சனத்தொகையை குறிப்பிட்ட காலத்திற்குள் ஆய்வு செய்வது கடினமான விடயமாகும். இதனால் முழுக் குடித்தொகையில் இருந்து குறிப்பிட்ட முறையினூடாக உறுப்பினர்களை தெரிவு செய்வதன் மூலம் மாதிரி எடுப்பு மேற்கொள்ளப்படுகின்றது.

மாதிரி எடுப்பானது இரண்டு வகைப்படும்

1. நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பு (Probability sampling)
2. நிகழ்தகவற்ற மாதிரி எடுப்பு (Non Probability sampling)

2.2 நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பு (Probability sampling)

நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பானது நிகழ்தகவின் விதிகளுக்கமைய மாதிரி தெரிவு மேற்கொள்வதாகும் இதன் போது முழுக் குடித் தொகைகளையும் குறிப்பிட்ட கணிப்பீட்டில் பிரதிபலிப்பதாக அமையும். அந்த வகையில் இவை நான்கு வகைகளாகக் காணப்படுகின்றது.

- I) எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பு (Simple random sampling)

- II) படைகொண்ட மாதிரி எடுப்பு (Stratified random sampling)
- III) முறைசார் மாதிரி எடுப்பு (Systematic sampling)
- IV) கொத்து மாதிரி எடுப்பு (Cluster sampling)

எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பு (Simple Random Sampling)

எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பானது ஒரு ஆய்வின் குடித் தொகையில் இருந்து எடுக்கப்படும் ஒவ்வொரு தொகுதிக்கான மாதிரியைப் பெறுவதற்கு சமமான நிகழ்வின் அடிப்படையில் பெறக்கூடியவாறு குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்தல்

உதாரணம்

1. அதிஸ்ட்லாப சீட்டு முறையில் குடித்தொகையில் சகல அலகிற்கும் இலக்கமிடப்பட்டு நன்கு கலக்கிய பின்னர் தேவையான அளவில் மாதிரி தெரிவு செய்தல்
2. 40 மாணவர்களைக் கொண்ட குடித்தொகையில் மாதிரியைத் தெரிவு செய்வதில் எளிய எழுமாற்று மாதிரி தெரிவு செய்வதாயின் 40 மாணவர்களின் பெயர்களை எழுதி நன்றாக குலுக்கி எழுமாறாக 4 மாணவர்களைத் தெரிவு செய்தல்.

உதாரணம்

1	Albert D.	25	Monique G.
2	Richard D.	26	Patricia P.
3	Berle H.	27	Robbie S.
4	Raymond L.	28	Sherry W.
5	Stéphane B.	29	Robert P.
6	Albert T.	30	Ronald S.
7	Jean William V.	31	Paul K.
8	André G.	32	Harold M.
9	Jeremy W.	33	Mario M.
10	Anthony G.	34	Gaëtan Z.
11	James G.	35	Fidèle D.
12	Denise G.	36	Maria P.
13	Armanda L.	37	Anne Marie G.
14	Jennifer L.	38	Michel K.
15	Philippe K.	39	Genevieve C.
16	Eve F.	40	Stacy M.
17	Priscilla O.	41	Olivier P.
18	Robert O.	42	Genevieve M.
19	Olivia S.	43	Berthe O.
20	Isabelle H.	44	Jean Pierre P.
21	Isabelle R.	45	Jacques B.
22	Jean T.	46	Françoise P.
23	Samantha D.	47	Dominique M.
24	Berthe L.	48	Antoine C.

எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பின் அனுகூலம் மற்றும் பிரதிகூலம்

அனுகூலங்கள்

1. ஆய்வாளரின் தனிப்பட்ட விருப்பு வெறுப்புக்கு இம்முறை சந்தர்ப்பம் அழிக்காது.
2. முழுக்குடித் தொகையையும் பிரதிபலிப்பதாக மாதிரியில் பெறுபேறுகளைப் பெற்றுக்கொள்ளலாம்.
3. ஆய்வை மேற்கொள்வோரின் நேரம் மற்றும் பணச் செலவுகளைக் குறைக்கலாம்.

பிரதிகூலங்கள்

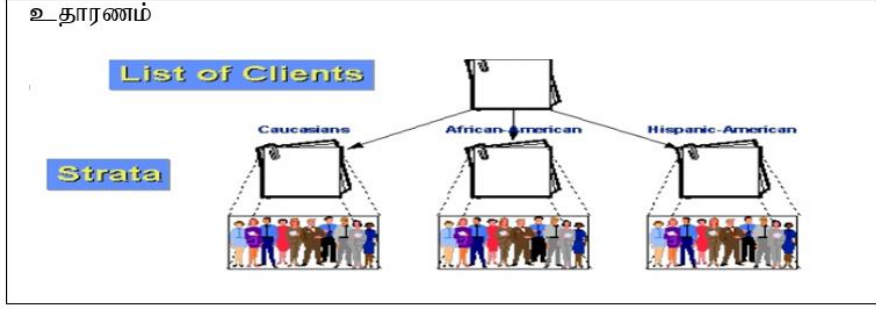
1. மொத்தக் குடித்தொகையை பட்டியல் படுத்துவது சற்றுக் கடினம்.
2. குடித்தொகை அலகுகள் பெருமளவு ஒத்ததாக இருக்க வேண்டும் அவ்வாறு இல்லாத நிலையில் மாதிரியின் பருமனை அதிகரிக்கும் போது குடித்தொகையை பிரதிபலிக்காது.

படைகொண்ட மாதிரி எடுப்பு (Stratified random sampling)

மாதிரித் தெரிவானது குறிப்பிட்ட சனத்தொகையின் அலகுகளை பகுதிகளாக பிரித்து அவற்றின் வீதங்களுக்கு ஏற்ப ஒவ்வொரு படைகளில் இருந்து அவற்றின் விகிதங்களுக்கேற்ப எளிய எழுமாற்று மூலம் தெரிவு செய்யப்படுவது படைகொண்ட மாதிரி எடுப்பாகும்.

உதாரணம்:

குறித்தொரு உற்பத்தி பொருளின் சந்தைப்படுத்தல் தொடர்பான ஆய்வொன்றிக்காக ஒரு பிரதேசத்தில் உள்ள குடும்பங்களின் வருமான நிலையை எந்த மட்ட அளவில் காணப்படுகின்றது என்பதை உயர்ந்த, நடுத்தர மற்றும் குறைந்த மட்டங்களுக்கேற்ப 3 படைகளாக பிரித்து அவற்றில் இருந்து பருமனின் விகிதங்களுக்கு ஏற்ப எளிய எழுமாற்று முறை மூலம் அலகுகள் தெரிசெய்வதாகும்.



படைகொண்ட மாதிரி எடுப்பின் அனுகூலம் மற்றும் பிரதிகூலம்

அனுகூலங்கள்

1. குடித்தொகையை சரியாக வகைக்குறிக்கின்றது
2. தெளிவான முடிவை பெறக்கூடியதாக இருக்கும்
3. படைகளாக பிரித்துச் செய்வதனால் இலகுவாக இருக்கின்றது.
4. மாதிரி அளவீட்டிற்கேற்ப பொருத்தமான நிர்வாக நடவடிக்கைகளை இலகுவாக்கலாம்
5. குடித்தொகை சீரற்ற தன்மைமையைக் கொண்டிருப்பினும் முடிவுகள் திருத்தமானதாக இருக்கும்

பிரதிகூலம்

1. குடித்தொகையானது படைகளாக பிரிக்கப்படும் போது நேரம், பணம் விரயமாகலாம்

முறைசார் மாதிரி எடுப்பு (Systematic sampling)

முறைசார் மாதிரி எடுப்பானது குடித்தொகைப் பருமனின் K யாவது மாதிரியாக வகுத்து முதலாவது மாதிரியிலிருந்து ஒரு அலகை எழுமாறாக தெரிவு செய்து, அதன் பின்னர் K ஆவதாகவுள்ள ஒவ்வொரு அலகும் தெரிவு செய்யப்படும் ஒழுங்கு முறையான தெரிவாகும்.

உதாரணம்

ஒரு வகுப்பில் 25 மாணவர்களிலிருந்து 5 மாணவர்கள் தெரிவு செய்யப்பட வேண்டுமெனில்

$$\text{இங்கு } K = \frac{N}{n}$$

K – மாதிரி ஆயிடை

N – குடித்தொகை

n – மாதிரியின் பருமன்

$$\text{மாதிரி ஆயிடையின் பருமன் } k = \frac{25}{5} = 5$$

முதல் 5 மாணவர்களிலிருந்து எழுமாறாக தெரிவு செய்யப்பட்ட மாணவர் 3வது மாணவனாக இருப்பின் முறையாக எடுக்கப்படும் மாதிரியில் மாணவர்கள் 3, 8, 13, 18, 23வது ஆகவுள்ள மாணவர்களை மாதிரியாக தெரிவு செய்யப்படும்.

முறையான மாதிரி எடுப்பின் அனுகூலம் மற்றும் பிரதிகூலம்

அனுகூலங்கள்

1. இலகுவானதும் சௌகரியமானது.
2. நேரம், தொழிலாளர் மீதப்படுத்தல்.
3. முடிவிலி குடித்தொகைக்கும் பொருத்தமானது.

பிரதிகூலங்கள்

1. முழுக் குடித்தொகையையும் வகை குறிக்காது.

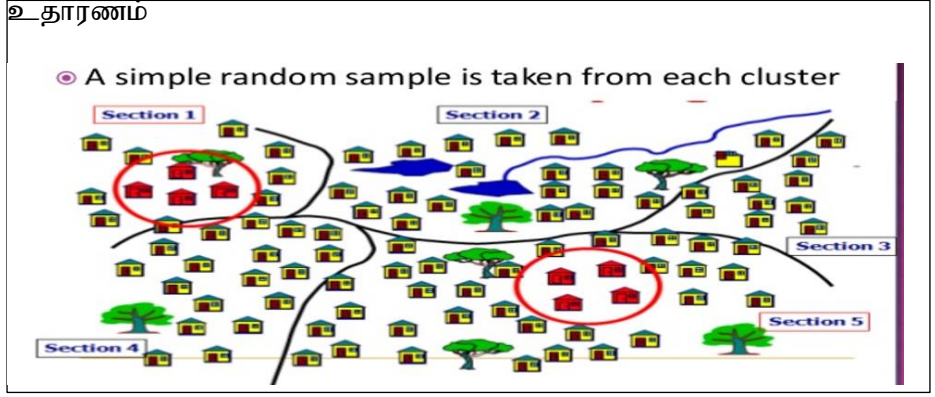
கொத்து மாதிரி எடுப்பு (Cluster sampling)

முழுக் குடித்தொகையும் கொத்துக்களாக பிரித்து தெரிவுகளை மேற்கொள்ளுதல். அதாவது குடித்தொகையை கொத்துக்களாக தெரிவு செய்து சகல அலகுகளையும் ஆய்வுக்கு உட்படுத்தி மேற்கொள்ளப்படும் மாதிரித் தெரிவாகும்.

உதாரணம்:

கிழக்கு மாகாணத்தில் உள்ள மக்களின் வறுமை நிலையினை ஆராய்வதற்காக, மூன்று மாவட்டத்தையும் கோட்டங்களாகத் தெரிவு

செய்து அக்கோட்டங்களில் உள்ள அனைத்து பிரதேச செயலகங்களையும் மூலங்களாகக் கொண்டு ஆய்வு செய்தல்.



கொத்து மாதிரி எடுப்பின் அனுகூலம் மற்றும் பிரதிகூலம்
அனுகூலங்கள்

1. ஏனைய மாதிரி எடுப்புக்களை விட திருத்தம் குறைந்தது.

பிரதிகூலம்

1. பெரிய குடித்தொகைக்கு பொருந்தாது.
2. சரியான புள்ளிவிபரவில் தரவுகள் இல்லாத நாடுகளுக்கு இம்முறை பொருந்தாது.

2.3 நிகழ்தகவற்ற மாதிரி எடுப்பு (Non Probability Sampling)

நிகழ்தகவு விதிகளை பின்பற்றாது குடித்தொகையில் மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்தல் நிகழ்தகவு சாரா மாதிரி எடுப்பாகும்.

ஏனைய நிகழ்தகவு மாதிரியில் தெரிவுகளில் ஏற்படும் சிக்கல்களின் போது உடனடியாக மாதிரித் தெரிவுகளை மேற்கொள்வதற்காக பயன்படுத்தப்படும் முறையாகும்

நிகழ்தகவு சாரா மாதிரி எடுப்பு முறைகளாக.

- I) இலகு மாதிரி எடுப்பு (convenience sampling)
- II) தீர்ப்பு மாதிரி எடுப்பு (Judgement sampling)
- III) பங்குவீத மாதிரி எடுப்பு (Quota sampling)

IV)பனிப்பந்து மாதிரி எடுப்பு (Snowball sampling)

இலகு மாதிரி எடுப்பு (Convenience Sampling)

ஆய்வாளன் ஆய்வு மாதிரியின் தன்மைக்கேற்ப மாதிரி எடுப்புகளை குடித்தொகையில் இருந்து தெரிவு செய்தல் இலகு மாதிரி எடுப்பு ஆகும். இம்முறையானது பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களின் போது பயன்படுத்தப்படுகின்றது.

1. குடித்தொகை தெளிவாக இல்லாத வேளையில்
2. மாதிரி அலகுகள் தெளிவின்மையாக இருக்கின்ற நிலையில்

உதாரணம்:

கலை பட்டதாரிகளிடையே குறித்தொரு கற்கை அலகு தொடர்பாக கருத்துக்களைப் பெறல்.

தீர்ப்பு மாதிரி எடுப்பு (Judgement sampling)

ஆய்வில் குறித்தொரு துறையில் நிபுணத்துவம் உள்ளவரால் எடுக்கப்படும் முடிவுக்கு ஏற்ப தெரிவு செய்யப்படும் மாதிரியானது தீர்ப்பு மாதிரி எடுப்பாகும்.

உதாரணம்:

விசாய நிலத்தைப் பரிசோதிப்பர் ஒருவர் தான் பெற்ற அனுபவத்தினை அடிப்படையாகக் கொண்டு விவசாய நிலத்தின் சில பகுதிகளை மட்டும் ஆய்வு செய்துவது.

தீர்ப்பு மாதிரி எடுப்பின் அனுகூலம் மற்றும் பிரதிகூலம்

அனுகூலங்கள்

1. மாதிரி எடுப்பை சிறந்த முறையில் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தல்.
2. மிகவும் இலகுவானதொரு முறையாகும்.
3. கொள்கைகள் மற்றும் தீர்மானங்கள் போன்றவற்றிக்கு உதவியாக இருக்கும்.

பிரதிகூலங்கள்

1. சரியான மாதிரி வழுவை பெறமுடியாது.
2. மதிப்பீடு சரியானதாக இருக்காது.
3. முடிவுகள் ஏனைய மாதிரி எடுப்புக்களுடன் ஒப்பிட முடியாது.

பங்குவீத மாதிரி எடுப்பு (Quota sampling)

ஆய்வுக்கான குடித்தொகையில் இருந்து தெரிவு செய்யப்படும் மாதிரியானது பால், வயது, தரம், வருமானம், போன்ற பகுதிகளாக வகுக்கப்படுகின்றது.

ஆய்வாளர் தமது விருப்பத்திற்கேற்ப ஒவ்வொரு வகையிலிருந்தும் குறித்த பகுதியை தமது விருப்பத்திற்கேற்ப தெரிவு செய்வது பங்குவீத மாதிரி எடுப்பாகும்.

உதாரணம்:

புதிதாக உற்பத்தி செய்யப்படும் கைத்தொலைபேசி ஒன்றின் சந்தை நிலை பற்றி ஆராய்வதற்காக அளவீட்டில் உட்படுத்தப்படும் ஒவ்வொரு 50 பேரில் 25 பேர் மாணவர்கள், 15 பேர் ஆசிரியர்கள், 10 பேர் வேலையற்ற இளைஞர்கள் என உள்ளடக்கப்பட வேண்டும் எனக்கருதி. ஆய்வாளரால் தேவையான எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப ஒவ்வொரு வகையிலிருந்தும் தமது விருப்பத்திற்கேற்ப ஆய்வை மேற்கொள்ளல்.

பங்குவீத மாதிரி எடுப்பின் அனுகூலங்கள் மற்றும் பிரதிகூலங்கள்

அனுகூலங்கள்

1. நேரம், பணம், வீண்விரையத்தைத் தடுத்தல்.
2. பயிற்றப்பட்ட ஆய்வாளர்களால் இந்த மாதிரித் தெரிவு செய்யப்படின் மிகவும் நம்பகத்தன்மை கொண்ட மாதிரியாக விளங்கும்.

பிரதிகூலங்கள்

1. பயிற்றப்பட்ட ஆய்வாளர்கள் இல்லாவிடின் முடிவுகள் திருத்தமாக இருக்காது.

பனிப்பந்து மாதிரி எடுப்பு (Snowball sampling)

பனிப்பந்து அல்லது சங்கிலி தொடர் மாதிரி எனவும் அழைக்கப்படுகிறது. இது ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்படுபவர்களின் பரிந்துரைப்பதன் ஊடாக காணப்படுகின்றது. அதாவது ஆய்வாளர்கள் ஆராச்சியில் பங்கேற்கக்கூடிய பிற சாத்தியமான தரவு மூலங்களை பரிந்தரைக்கும் அதேவேளை ஆய்வுக்கு உட்படுத்தப்படுபவர்களால் ஏனைய ஆய்வுக்கு உட்படுத்துபவரை பரிந்துரைப்பதன் மூலம் ஆய்வுகளை மேற்கொள்வது.

உதாரணம்:

போதைப்பொருள் பாவனையாளர்கள், எயிட்ஸ் போன்றவர்கள் சிலர் சமூகத்திலிருந்து ஒதுங்கி வாழ்பவர்கள் அதேவேளை சமூகத்தில் குறிப்பிட்ட நபர்களுக்கு தெரிந்தவர்களாக காணப்படுவர் இவர்களை இணங்கானுவது கடினம் அத்தோடு மாதிரியை அமைக்க முடியாது. ஆனாலும் கூட ஆய்வாளருக்கு அவ்வாறான ஒருவரைத் தெரிந்திருக்கக் கூடும். அவர் மூலம் சில தவல்களைப் பெற்று அதனுடாக ஏனையவர்களையும் தொடர்பு கொண்டு ஆய்வை மேற்கொள்ளுதல்.

பனிப்பந்து மாதிரி எடுப்பின் அனுகூலங்கள் மற்றும் பிரதிகூலங்கள்

அனுகூலங்கள்

1. செலவு குறைந்தது முதன்மை தரவு மூலத்திலிருந்து பரிந்துரைகள் பெறப்படுவதல்.
2. குழுக்கள் ஒருவருக்கு ஒருவர் தெரிந்தவர்களாக இருத்தல்.

பிரதிகூலங்கள்

1. சில வேளைகளில் தவறான நபர்களை பரிந்துரை செய்தல் ஆய்வின் முடிவை பாதிக்கும்.

2. சில வேளைகளில் நேர வீண்விரயங்கள் ஏற்படலாம்.

சுருக்கம்

- ❖ மாதிரி எடுப்பானது நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பு, நிகழ்தகவற்ற மாதிரி எடுப்பு என இரண்டு வகைப்படும்.
- ❖ நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பு குடித்தொகையை தெரிவு செய்ய முழுமையான வாய்ப்பை வழங்குகிறது.
- ❖ நிகழ்தகவற்ற மாதிரி எடுப்பானது ஆய்வாளனின் வசதிக்கேற்பவும் ஆய்வின் நோக்கத்திற்கேற்பவும் மாதிரிகள் தெரிவு செய்யப்படும்.
- ❖ மாதிரித் தெரிவின் அனுகூலம் மற்றும் பிரதிகூலங்களை வேறுபடுத்தல்.

பயிற்சி வினாக்கள்

1. மாதிரி எடுப்பு என்பதனுடாக நீங்கள் விளங்கிக் கொள்வது யாது?
2. மாதிரி எடுப்பின் வகைகளை சுருக்கமாக விளக்குக.
3. முறைசார் மாதிரி எடுப்பிற்கும் கொத்து மாதிரி எடுப்பிற்கும் இடையிலான ஒற்றுமை வேற்றுமைகளை குறிப்பிடுக.
4. நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பின் நன்மை தீமைகளை ஆராய்க.
5. நிகழ்தகவற்ற மாதிரி எடுப்பின் வகைகளை குறிப்பிட்டு சுருக்கமாக விளக்குக.
6. “நிகழ்தகவற்ற மாதிரி எடுப்பை விட நிகழ்தகவு மாதிரி எடுப்பே ஆய்வொன்றின் முடிவினைத் திருத்தமாக பெற சிறந்ததாகும்”. இக்கூற்றினை ஆராய்க.

உசாத்துணைகள்

Cochran, W.G. (1977), Sampling Techniques, John Wiley & Sons (1977).

Gugan, R.S. (1997), Business Statistics, Admiral Graphics (1997)

அத்தியாயம் 03

மாதிரி எடுப்பின் அளவைத் தெரிவு செய்தல்

3.1 அறிமுகம்

3.2 Solvin Yeoman மாதிரித் தெரிவு முறையை கணிப்பிடல்.

3.3 மாதிரி எடுப்பின் அளவை விகிதாசார முறையில் தெரிவு செய்தல்.

அத்தியாயச் சுருக்கம்

குடித்தொகையில் இருந்து மாதிரி தெரிவில் Solvin Yeoman மாதிரித் தெரிவு முறையில் குடித் தொகையின் எண்ணிக்கையை வழு உறுப்புப் பெறுமானங்களின் அடிப்படையில் எத்தனை மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்யப்படுகின்றது என்பதை கணிப்பிடலாம் மற்றும் மாதிரி எடுப்பின் அளவை விகிதாசார அடிப்படையில் தெரிவு செய்தல் முறையையும் மிக இலகுவாக இவ்வத்தியாயத்தில் விளங்கிக் கொள்ளலாம்.

அத்தியாயத்தின் நோக்கம்

- Solvin Yeoman மாதிரித் தெரிவு என்றால் என்ன என்பது பற்றி தெளிவுப்படுத்துதல்.
- Solvin Yeoman மாதிரித் தெரிவு முறையை கணிப்பிடுதல்.
- மாதிரி எடுப்பின் அளவை விகிதாசார அடிப்படையில் தெரிவு செய்தல் முறையைக் கணிப்பிடுதல்.

கற்றல் பெறுபேறு

- Solvin Yeoman மாதிரித் தெரிவு என்றால் என்ன என்பது பற்றி தெளிவுபடுத்துவார்கள்.
- Solvin Yeoman மாதிரித் தெரிவு முறையை கணிப்பீட்டுவார்கள்.
- மாதிரி எடுப்பின் அளவை விகிதாசார அடிப்படையில் கணிப்பிடுவார்கள்.

3.1 அறிமுகம்

புள்ளிவிபரம் என்பது ஒரு மாதிரியை எடுத்து குடித்தொகையின் மாற்றங்களை அவதானிக்கும் ஒரு முறையாகும். பணம் அல்லது நேரம் காரணமாக குடித் தொகையில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பினரையும் கணக்கெடுப்பது பொதுவாக இலகுவான விடயமல்ல.

உதாரணமாக, இலங்கையில் எத்தனை பேர் சைவ உணவு உண்பவர்கள் என்பதை அறிய விரும்புகிறீர்கள் என்று வைத்துக் கொள்வோம். இலங்கையின் சனத்தொகை 22 மில்லியனுக்கும் அதிகமாக இருப்பதால் அனைவரையும் மாதிரியெடுப்பது இலகுவல்ல இதனை பூர்த்தி செய்ய போதுமான அளவு பெரிய மாதிரி அளவை எவ்வாறு கணிப்பிடுவது என்பதனை Solvin முறையை பயன்படுத்துவதன் மூலம் கண்டறியலாம்.

3.2 Solvin Yeoman மாதிரித் தெரிவு முறையை கணிப்பிடல்

மாதிரி அளவுகளைக் கணக்கிடுவதற்கு பல சூத்திரங்கள் இருந்தாலும், குறித்தொரு ஆய்வுக்கான குடித்தொகையின் மொத்த எண்ணிக்கையை கொண்டு மாதிரி அளவைக் கண்டறிய ஸ்லோவின் முறை பயன்படுத்துவது சிறந்தது. இச் சூத்திரமானது ஸ்லோவின்னால் 1960 இல் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டு கணிப்பிடப்பட்டது.

வழு உறுப்பு, உங்களுக்கு வழங்கப்படலாம் உதாரணமாக, ஒரு கேள்வியில் நீங்கள் ஒரு ஆராய்ச்சியாளராக இருந்தால், தீர்மானிக்கப்பட்ட வழு உறுப்பை நீங்கள் கணிப்பிட உங்கள் நம்பிக்கை ஆயிடை 1 இலிருந்து கழிக்கவும். உதாரணமாக, உங்கள் தரவு முழு குடித்தொகையைப் பிரதிபலிக்கும் போது 95 சதவீதம் நம்பிக்கையாயிடையுடன் இருக்கும்.

$$1 - 0.95 = 0.05.$$

$$= 0.05$$

Sampling and Sampling Distributions

மாதிரி அளவுகளை கணிப்பிடும் போது - ஸ்லோவின் சமன்பாட்டை பயன்படுத்துதல்

எனவே, மாதிரி அளவு முறை பயன்படுத்த, உங்களுக்கு இரண்டு விடயங்கள் தேவைப்படும்.

N - குடித் தொகை அளவு

e - வழியின் எல்லை

குடித்தொகை அளவு (N) மற்றும் வழியின் எல்லை (e) என்ன என்பதை கீழே உள்ள பிரிவில் விளக்கலாம்.

$$n = N / (1+Ne^2)$$

n என்பது உங்கள் மாதிரி அளவு.

வழுவின் எல்லை (e) ஒரு சதவீதமாகும், ஆனால் அதை சூத்திரத்திற்கான தசமமாக வெளிப்படுத்தப்படுகின்றது. 5% வழுவைப் இந்த சூத்திரத்தில், அது 0.05 (5/100) ஆக வெளிப்படுத்தப்படுகின்றது.

உதாரணமாக 10,000 பேரைப் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் ஒரு கருத்துக்கணிப்பை ஆய்வுசெய்ய விரும்புகிறீர்கள் என்று வைத்துக்கொள்வோம். 5% வழுவில், ஸ்லோவின் சமன்பாட்டின் மூலம் மாதிரி அளவை பின்வறுமாரு கணக்கிடலாம்.

உதாரணத்துடன் மாதிரி அளவு சூத்திரம்

$$N = 10,000$$

$$e = 0.05$$

$$n = N / (1+N \times e^2)$$

$$n = 10,000 / (1+ 10,000 \times 0.05^2)$$

$$n = 384.61$$

இந்தக் குறிப்பிட்ட கணக்கெடுப்புக்கு, எங்களுக்கு 385 நபர்களின் மாதிரி அளவு தேவை. ஸ்லோவின் சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்துவது மிகவும் எளியதாக இருக்கும்.

3.3 மாதிரி எடுப்பின் விகிதாசார அடிப்படையில் தெரிவு செய்தல்

பொதுவாக முதலாம் நிலைத்தரவுகளில் ஒரு முழுக் குடித் தொகையை அடிப்படையாகக் கொண்டு சிறு பகுதிகளில் இருந்து ஆய்வுக்கான மாதிரிகள் பெறப்படுகின்ற போது மாதிரிகளுக்கான சம விகிதாசார அடிப்படையில் தெரிவு செய்தல் சிறந்தது.

இதன் சமன்பாடு பின்வருமாறு காணப்படுகின்றது.

முறை 1: முதலாவதாக விகிதாசார பெறுமதியைக் கணிப்பது.

$$\text{விகிதாசாரம்} = \frac{\text{குறித்த படையில் உள்ள குடித்தொகை}}{\text{மொத்த குடித்தொகை}} \times 100$$

முறை 2: இரண்டாவதாக மாதிரியின் அளவைக் கணிப்பது.

$$\text{மாதிரியின் அளவு} = \frac{\text{விகிதாசாரத்தின் பெறுமானம்}}{100} \times \text{குறித்த படையில் உள்ள குடித்தொகை}$$

உதாரணமாக

நிகழ்நிலை கல்வி முறையானது கொவிட்-19 நோய் தொற்றினைத் தொடர்ந்து முழு உலக நாடுகளிலும் பின்பற்றப்பட்டது. இந்நிகழ்நிலை கல்வி முறையானது மாணவர்களின் கல்வி மற்றும் இணைப்பாடவிதான செயல்பாடுகளில் ஏற்படும் தாக்கங்களை கண்டறிந்து அவற்றுக்கு தீர்வுகாணும் வகையில் குறித்தொரு பல்கலைக்கழகத்தின் கலை மற்றும் கலா சார பீட மாணவர்களை மையப்படுத்தி ஆய்வினை மேற்கொள்வதற்காக. இதற்காக மாணவர்கள் எளிய விகிதாசார அடிப்படையில் தெரிவு செய்வதற்காக இவ்வாய்வுக்கான முதலாம் நிலைத்தரவுகள் குறித்தொரு பீட மாணவர்களில் 341 பேரை கொண்ட ஒரு எளிய முறை

Sampling and Sampling Distributions

மாதிரியெடுப்பைக் கொண்டு அவர்களிடமிருந்து வினாக்கொத்து வழங்குவதற்காக விகிதாசார அடிப்படையில் எவ்வாறு தெரிசெய்வது என்பதை பின்வருமாறு கணிக்கலாம்.

மாதிரி எடுப்பானது சதவிகித அடிப்படையில் இலங்கை தென்கிழக்கு பல்கலைக்கழக கலை பீட மாணவர்களான 1ஆம் 2ஆம் 3ஆம் மற்றும் 4ஆம் வருட மாணவர்கள் உள்வாங்கப்பட்டுள்ளனர்.

கல்வி ஆண்டு	மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	மாதிரியின் விகிதம்	மாதிரி எண்ணிக்கை	எதிர்பார்க்கப்பட்ட மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை
1ஆம் வருடம்	384	$384/1272*100 = 30.18$	$30.18/100*384 = 115.89$	116
2ஆம் வருடம்	359	$359/1272*100 = 28.22$	$28.22/359*100 = 101.31$	101
3ஆம் வருடம்	356	$356/1272*100 = 27.98$	$27.98/356*100 = 99.60$	100
4ஆம் வருடம்	173	$173/1272*100 = 13.6$	$13.6/173*100 = 23.52$	24
மொத்தம்	1272			341

இங்கு கலைப்பீடத்தில் கல்வி கற்கின்ற மாணவர்களில் நான்கு வருட கற்கை நெறியினை மேற்கொள்கின்ற 1272 மொத்த மாணவர்களில்

இருந்து 384, 359, 356, 173, என்ற அடிப்படையில் விகிதாசாரம் முறை கணிக்கப்படுகின்றது.

முதலாவதாக விகிதாசாரப் பெறுமதியைக் கணித்தல்.

$$\text{விகிதாசாரம்} = \frac{\text{குறித்த படையில் உள்ள குடித்தொகை}}{\text{மொத்த குடித்தொகை}} \times 100$$

இரண்டாவதாக மாதிரியின் அளவைக் கணித்தல்.

$$\text{மாதிரியின் அளவு} = \frac{\text{விகிதாசாரத்தின் பெறுமானம்}}{100} \times \text{குறித்த படையில் உள்ள குடித்தொகை}$$

உதாரணமாக

1 ஆம் வருடம்

$$\begin{aligned} \text{விகிதாசாரம்} &= \frac{1 \text{ ஆம் வருடத்தின் மொத்த மாணவர்கள்}}{\text{மொத்த குடித்தொகை}} \times 100 \\ &= 384/1272 \times 100 \\ &= 30.18 \end{aligned}$$

மாதிரியை பின்வருமாறு கணிக்கலாம்

$$\begin{aligned} \text{மாதிரியின் அளவு} &= \frac{\text{விகிதாசாரத்தின் பெறுமானம்}}{100} \times 1 \text{ஆம் வருடத்தின்} \\ &\quad \text{மொத்த மாணவர்கள்} \\ &= 30.18/100 \times 384 = 115.89 \end{aligned}$$

Sampling and Sampling Distributions

= 116 மாதிரிகளின் எண்ணிக்கையை எதிர்பார்கலாம்

உதாரணமாக:

2 ஆம் வருடம்

விகிதாசாரம் = 2 ஆம் வருடத்தின் மொத்த மாணவர்கள்

$$\frac{\text{மொத்த குடித்தொகை}}{\text{மொத்த குடித்தொகை}} \quad X 100$$

$$= 359/1272 \times 100$$

$$= 28.22$$

மாதிரியை பின்வருமாறு கணிக்கலாம்

மாதிரியின் அளவு = விகிதாசாரத்தின் பெறுமானம்

$$\frac{\text{மொத்த குடித்தொகை}}{100} \quad X 2\text{ஆம் வருடத்தின் மொத்த மாணவர்கள்}$$

$$= 28.22 / 359 \times 100 = 101.31$$

= 101 மாதிரிகளின் எண்ணிக்கையை எதிர்பார்கலாம்

உதாரணமாக

3 ஆம் வருடம்

விகிதாசாரம் = 3 ஆம் வருடத்தின் மொத்த மாணவர்கள்

$$\frac{\text{மொத்த குடித்தொகை}}{\text{மொத்த குடித்தொகை}} \quad X 100$$

$$= 356 / 1272 \times 100$$

$$= 27.98$$

மாதிரியை பின்வருமாறு கணிக்கலாம்

மாதிரியின் அளவு = விகிதாசாரத்தின் பெறுமானம்

$$\frac{\text{மொத்த குடித்தொகை}}{100} \quad X 3\text{ஆம் வருடத்தின் மொத்த மாணவர்கள்}$$

$$= 27.98 / 356 \times 100 = 99.60$$

= 100 மாதிரிகளின் எண்ணிக்கையை எதிர்பார்கலாம்

உதாரணமாக

4 ஆம் வருடம்

விகிதாசாரம் = 4 ஆம் வருடத்தின் மொத்த மாணவர்கள்

$$\frac{\text{மொத்த குடித்தொகை}}{\text{மொத்த குடித்தொகை}} \times 100$$

$$= 173 / 1272 \times 100$$

$$= 13.6$$

மாதிரியை பின்வருமாறு கணிக்கலாம்

மாதிரியின் அளவு = விகிதாசாரத்தின் பெறுமானம்

$$\frac{100}{100} \times 4\text{ஆம் வருடத்தின் மொத்த மாணவர்கள்}$$

$$= 13.6 / 173 \times 100$$

$$= 23.52$$

= 24 மாதிரிகளின் எண்ணிக்கையை எதிர்பார்கலாம்

இவ்வாறாக விகிதாசார அடிப்படையில் மாதிரிகளைத் தெரிசெய்து ஆய்வுகளை மேற்கொள்வது சிறந்ததாகும்.

பயிற்சி வினாக்கள்

1. ஸ்லோவின் முறையைப் பயன்படுத்துத்தி பின்வருவனவற்றை

கணிக்க. $n = \frac{N}{1+Ne^2}$

I. மொத்த சனத்தொகை $N = 20,000$ மற்றும் வழு உறுப்பு $e = 1\%, 5\% 10\%$ எனின் குடித்தொகையின் மாதிரி n இனைக் காண்க.

II. மொத்த சனத்தொகை $N = 8,000$ மற்றும் வழு உறுப்பு $e = 1\%, 5\% 10\%$ எனின் குடித்தொகையின் மாதிரி n இனைக் காண்க.

III. மொத்த சனத்தொகை $N = 40,000$ மற்றும் வழு உறுப்பு $e = 1\%, 5\% 10\%$ எனின் குடித்தொகையின் மாதிரி n இனைக் காண்க.

IV. மொத்த சனத்தொகை $N = 8,000$ கவும் $n = 200$ ஆகவும் இருக்கும் போது வழு உறுப்பு e இனைக் காண்க.

V. மொத்த சனத்தொகை $N = 20,000$ கவும் $n = 3000$ ஆகவும் இருக்கும் போது வழு உறுப்பு e இனைக் காண்க.

VI. மொத்த சனத்தொகை $N = 12,000$ கவும் $n = 6000$ ஆகவும் இருக்கும் போது வழு உறுப்பு e இனைக் காண்க.

2. குறித்தொரு பிரதேச செயலகத்தில் காணப்படுகின்ற ஒருசில கிராமங்களில் கொவிட்-19 கொள்ளை நோயினால் சிறு நடுத்தரக் கைத்தொழிலில் வீட்டுத் துறையினருக்கு ஏற்படுத்திய தாக்கத்தை ஆராய்வதற்காக மாதிரிகளைத் தெரிவு செய்தல். இவ்வட்டவணையைப் பயன்படுத்தி விகிதாசார அடிப்படையில் மாதிரிவு செய்யப்படும் முறையைக் கணிப்பிடுக.

கிராமங்களின் பெயர்	வீட்டுத் துறையினரி மொத்த எண்ணிக்கை	மாதிரியின் விகிதம்	மாதிரி எண்ணிக்கை	எதிர்பார்க்கப்பட மாாதிரிகைகளின் எண்ணிக்கை
Hakamuwa	100			
Panawenna	105			
Borala	103			
Rilhena	170			
Kattange	92			
Ganegama	126			
Total	696			

3. குறித்தொரு ஆரம்பப்பாடசாலையில் கல்விகற்கின்ற மாணவர்களிடையே காணப்படுகின்ற போஷாக்கு மட்டத்தினை ஆய்வு செய்வதற்காக தரம் ஒன்றிலிருந்து தரம் 5 வரையிலான மாணவர்களின் தரவுகள் பின்வருமாறு காணப்படுகின்றது. இத்தரவுகளை பயன்படுத்தி விகிதாசார அடிப்படையில் மாதிரிவு செய்யப்படும் முறையைக் கணிப்பிடுக.

தரங்கள்	மாணவர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை	மாதிரியின் விகிதம்	மாதிரி எண்ணிக்கை	எதிர்பார்க்கப்பட்ட மாதிரிகைகளின் எண்ணிக்கை
தரம் 1	150			
தரம் 2	140			
தரம் 3	120			
தரம் 4	115			
தரம் 5	100			
மொத்தம்				

உசாத்துணை

Cochran, W.G. (1977), Sampling Techniques, John Wiley & Sons (1977).

Black, K. (2006), Business Statistics, John Wiley & Sons (2006).

அத்தியாயம் 04

எளிய எழுமாற்று மாதிரி எடுப்பு (Simple random sampling)

- 4.1. அறிமுகம்
- 4.2. குடித்தொகையின் சராசரி மற்றும் மொத்த மதிப்பீடு
- 4.3. எளிய எழுமாற்று மாதிரியில் மொத்த குடித்தொகையை மதிப்பிடுதல்
- 4.4. மதிப்பிடப்பட்ட குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரியைத் தெரிவு செய்தலும் எளிய எழுமாற்று மாதிரியின் இடை மற்றும் கூட்டுத் தொகையைக் கணித்தலும்
- 4.5. குடித்தொகையின் விகிதத்தை மதிப்பிடல்

அத்தியாயம் பற்றிய சுருக்கமான விபரிப்பு

ஒரு குடித்தொகையில் மாதிரித் தெரிவினை தெரிவு செய்கின்ற எளிய முறையே எளிய எழுமாற்று மாதிரி ஆகும். இது மாதிரி எடுப்பின் படிமுறைகளைப் பயன்படுத்தி மாதிரி எடுப்பினை மேற்கொள்வது இலகுவானதாகவும் காணப்படும்.

இது ஒரு பாரிய குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரி எடுப்பினைத் தெரிவு செய்வதன் மூலம் ஒரு ஆய்வினை இலகுவாகவும் சிறந்த முறையிலும் மேற்கொண்டு முடிவினைப் புள்ளிவிபர அடிப்படையில் மதிப்பிட்டும் கணிப்பிட்டும் பெற முடியும்.

அத்தியாயத்தின் நோக்கம்

- ஒரு மாதிரியில் உள்ள தகவல்களிலிருந்து குடித்தொகையைப் பற்றிய அனுமானங்களை தெளிபடுத்தல்.
- பரமானங்களின் சராசரி, மொத்த, விகிதம் மற்றும் மாற்ற்திறன் போன்றவற்றை மதிப்பிடுதல்.

கற்றல் பெறுபேறு

- ஒரு மாதிரியில் உள்ள தகவல்களிலிருந்து குடித்தொகையைப் பற்றிய அனுமானங்களை விளங்கப்படுத்துவீர்கள்.
- பரமானம்ங்களின் சராசரி, மொத்த, விகிதம் மற்றும் மாறத்திறன் போன்றவற்றை மதிப்பீடுவீர்கள்.

4.1 அறிமுகம்

புள்ளிவிவரங்களின் இறுதி நோக்கம் ஒரு மாதிரியில் உள்ள தகவல்களிலிருந்து குடித்தொகையைப் பற்றிய அனுமானத்தை உருவாக்குவதாகும். எனவே, புள்ளிவிவரங்களின் முதல் படி, குடித்தொகையைப் பற்றிய ஒரு அனுமானத்தை சொற்றொடராக்கும் வழியைக் கண்டுபிடிப்பது அல்லது அதற்கு சமமாக, ஒரு தொகை அளவீட்டை விவரிப்பதாகும். புள்ளிவிவரங்களின் இரண்டாவது படி, ஒரு மாதிரியில் உள்ள தகவல்களிலிருந்து குடித்தொகையைப் பற்றிய அனுமானங்களை எவ்வாறு உருவாக்குவது என்பதைக் கருத்தில் கொள்வதாகும். இதன் அடிப்படையில் மாதிரி அளவுகளின் நிகழ்தகவு விநியோகம் அல்லது மாதிரி விநியோகத்தை நாம் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

இப்போது குறிப்பிட்ட அளவீடுகளின் (குடித்தொகை) தொகுப்பிலிருந்து மாதிரி எடுப்பதில் உள்ள குறிப்பிட்ட சிக்கலைக் கருத்தில் கொள்வோம். பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில், சராசரி, மொத்தம், விகிதம் அல்லது மாறத்திறன் போன்ற குடித்தொகை பரமானத்தின் மதிப்பீட்டின் வடிவத்தில் அனுமானம் இருக்கும்.

குடித்தொகையில் இருந்து எடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு அவதானிப்புகளும் குடித்தொகை பரமானம் அல்லது பரமானங்களின் குறிப்பிட்ட அளவு தகவலைக் கொண்டுள்ளது. தகவல்களைத் திரட்ட பணம் செலவாகும் என்பதால், ஆய்வு செய்பவர் எவ்வளவு தகவலை பெற்றுக்கொள்ள வேண்டும் என்பதை தீர்மானிக்க வேண்டும். மிகக் குறைந்த தகவல்கள் ஆய்வு செய்பவரை நல்ல மதிப்பீடு செய்வதைத் தடுக்கின்றன, அதே சமயம் அதிகமான தகவல்கள் பணத்தை வீண்விரயத்தை ஏற்படுத்தும். மாதிரியில் பெறப்பட்ட

தகவலின் அளவு மாதிரி செய்யப்பட்ட பொருட்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் மாறுபடும் அளவையும் பொறுத்தது. இந்த காரணியை மாதிரி தேர்வு செய்யும் முறை மூலம் கட்டுப்படுத்தலாம், இது மாதிரி கணக்கெடுப்பின் வடிவமைப்பு என்று அழைக்கப்படுகிறது. கணக்கெடுப்பின் வடிவமைப்பு மற்றும் மாதிரி அளவு ஆகியவை, ஒவ்வொரு மாதிரி உறுப்புகளிலும் துல்லியமான அளவீடுகள் பெறப்பட்டால், குடித்தொகை பரமானத்துடன் தொடர்புடைய மாதிரியில் உள்ள தகவலின் அளவை தீர்மானிக்கிறது.

மாதிரியை எவ்வாறு தேர்வு செய்வது: மாதிரி கணக்கெடுப்பின் வடிவமைப்பு

மாதிரியின் நோக்கமானது சராசரி, மொத்தம், மாறற்றிறன் அல்லது மாதிரியில் உள்ள தகவலின் விகிதம் போன்ற குடித்தொகை பரமானங்களை மதிப்பிடுவதாகும். மேலே குறிப்பிட்டுள்ளபடி, ஆய்வாளர், மாதிரியில் அவர் உள்ளடக்கிய மாதிரி அலகுகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் மாதிரித் தரவைத் தேர்ந்தெடுக்கப் பயன்படுத்தப்படும் முறை ஆகியவற்றின் மூலம் மாதிரியில் உள்ள தகவலின் அளவைக் கட்டுப்படுத்துகிறார். மாதிரியில் எந்த நடைமுறையைப் பயன்படுத்த வேண்டும் மற்றும் அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கையை எவ்வாறு தீர்மானிப்பது? அணுகல்தன்மை எவ்வளவு தகவல்களை நாங்கள் ஆய்வு செய்கிறோம் என்பதைப் பொறுத்து பதில் அமையும். θ என்பது பரமானமாகவும், $\hat{\theta}$ என்பது θ இன் மதிப்பீட்டாளராகவும் இருந்தால், நமது மதிப்பீட்டின் வழுவின் மீதுள்ள எல்லையை குறிப்பிட வேண்டும். அதாவது, $\hat{\theta}$ ஐக் குறிப்பிட வேண்டும். B ஆனது முழுமையான மதிப்பில் சில மதிப்பைக் காட்டிலும் குறைவாக வேறுபடுகிறது.

$$\text{மதிப்பீட்டுப் வழு} = |\theta - \hat{\theta}| < B$$

ஒரு நிகழ்தகவு $(1 - \alpha)$ ஆனது, மாதிரியில் மீண்டும் மீண்டும் நேரங்களைக் குறிப்பிடும் போது, மதிப்பீட்டு வழு B ஐ விடக்

குறைவாக இருக்க வேண்டும். அந்நிபந்தனையை இவ்வாறு குறிப்பிடலாம்.

$$P[\text{error of estimation} < B] = (1 - \alpha)$$

$$P[|\theta - \hat{\theta}| < B] = (1 - \alpha)$$

நாம் வழக்கமாக $B = 2\sigma_{\hat{\theta}}$ ஐத் தேர்ந்தெடுப்போம், எனவே $(1 - \alpha) =$ ஆண்ணளவாக 0.95 (95%) மணி வடிவ பரம்பலாக இருக்கும்.

எளிய எழுமாற்று மாதிரி

எளிய எழுமாற்று மாதிரி என்பது n தனித்தனி அலகுகள் குடித்தொகையில் உள்ள N அலகுகளில் இருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படும் மாதிரிகளாகும். இதனால் n அலகுகளின் ஒவ்வொரு சாத்தியமான அலகுகளை தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாதிரியாக இருக்கும்.

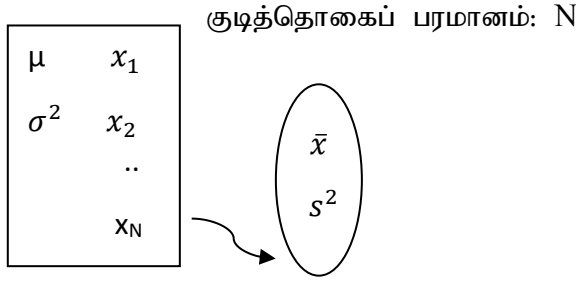
N குடித்தொகையிலிருந்து n மாதிரி அலகுகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுமாயின், n அளவின் ஒவ்வொரு சாத்தியமான மாதிரியும் தேர்ந்தெடுக்கப்படுவதற்கு ஒரே வாய்ப்பு உள்ளது. இவ்வாறான மாதிரி செயல்முறை எளிய எழுமாற்று மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

ஒரு எளிய எழுமாற்று மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுத்தல்

1. n காகிதத்தில் 1 முதல் n வரையிலான எண்களை எழுதுதல். காகிதத் துண்டுகளை ஒரு பையில் வைத்து, பார்க்காமல், எதையும் மாற்றாமல் காகிதத் துண்டுகளில் n தேர்ந்தெடுக்கவும்.
2. எழுமாற்று எண் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி குடித்தொகையில் N I உருவாக்கும் n அலகுகளின் எழுமாற்று மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.
3. கணினிகளைப் பயன்படுத்தி எழுமாற்று எண்களை உருவாக்கலாம், உருவாக்கப்பட்ட எழுமாற்று எண்களை மாதிரியாக தெரிவு செய்தல்.

4.2 குடித்தொகையின் சராசரி மற்றும் மொத்த மதிப்பீடு

எளிய எழுமாற்று மாதிரி மூலம் குடித்தொகை சராசரியை மதிப்பிடுவதற்கு மாதிரி சராசரி பயன்படுத்தப்படுகிறது, எனவே மாதிரி சராசரியானது குடித்தொகை சராசரியின் நடுநிலை மதிப்பீட்டாகும்.



$$\text{சராசரி } \mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\text{மாற்றற்றின் } \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

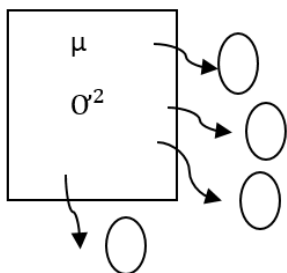
மாதிரி பரமானம்:

$$\text{சராசரி } \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{மாற்றற்றின் } s^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

குடித்தொகை மிகப் பெரியதாக இருந்தால், அறியப்படாதது அல்லது எல்லையற்றதாக இருந்தால், μ மற்றும் σ^2 ஆகியவற்றை மாதிரி பரமானங்களைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடலாம். இந்த நுட்பம் மாதிரிபரம்பல் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

மேலே உள்ள குடித்தொகையிலிருந்து n அளவின் m எழுமாற்று மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம்.



சராசரி

மாற்றற்றன்

மாதிரி - 1 $\bar{x}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ $s_1^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_1)^2$

மாதிரி - 2 $\bar{x}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ $s_2^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_2)^2$

.....

.....

மாதிரி - m $\bar{x}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ $s_m^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_m)^2$

மாதிரி சராசரியின் இடை = $\bar{\bar{x}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i = \mu = E(\bar{x})$

மாதிரி சராசரியின் மாற்றற்றன் = $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2 = \text{var}(\bar{x})$

மாதிரி ஆனது replacement இன்றி தெரிவு செய்யப்பட்டால்

$\text{Var}(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$ இங்கு $\left(\frac{N-n}{N-1} \right)$ சரி செய்யப்பட்ட காரணி

மற்றும் $E(S^2) = \frac{N}{(N-1)} \sigma^2$

$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(N-1)}{N} s^2$ (because of S^2 is an unbiased estimator of σ^2)

$$\therefore \widehat{\text{var}}(\bar{x}) = \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) = \sigma_{\bar{x}}^2 \quad [\widehat{\text{var}}(\bar{x}) \text{ is an estimator of } \text{var}(\bar{x})]$$

$$\text{மதிப்பீடு; } B = 2\sigma_{\bar{x}} = 2\sigma_{\bar{x}}$$

$$2\sqrt{\widehat{\text{var}}(\bar{x})} = 2\sqrt{\frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)}$$

உதாரணம் 01

ஒரு குடித்தொகையானது 2, 4, 6, 8 மற்றும் 10 ஆகிய எண்களைக் கொண்டுள்ளது, இந்த அவதானிப்புகளைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

- குடித்தொகை பரமானங்களை மதிப்பிடுக.
- மாதிரி அளவு 2க்கு சாத்தியமான அனைத்து மாதிரிகளையும் தேர்ந்தெடுக்க.
- மாதிரி பரமானங்களை மதிப்பிடுக.
- மாதிரியின் சராசரியைப் பயன்படுத்தி குடித்தொகை பரமானத்தை கணிக்க.
- ஒவ்வொரு மாதிரியினதும் மதிப்பீட்டின் வழுவின் எல்லைகளை கணிப்பிடுக.
- மதிப்பீட்டின் வழுவின் எல்லைகளை பயன்படுத்தி 95% நம்பிக்கை மட்டத்தில் ஒவ்வொரு மாதிரிக்குமான இடையைக் காண்க.

விடைகள் :

- குடித்தொகைக்கான இடை

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\mu = \frac{1}{5} [2+4+6+8+10] = \frac{1}{5} * 30 = 6$$

Sampling and Sampling Distributions

2	8
4	10
6	

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{5} ((2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2) = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \mu)^2 = \frac{1}{5} (16+4+0+4+16) = 8$$

b) சாத்தியமான மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை

$${}^m C_n = \frac{m!}{n!(m-n)!} = 10$$

இங்கு $m = 5$, $n = 2$

$${}^5 C_2 = \frac{5!}{2(3! \times 2)!} = 10$$

$${}^5 C_2 = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

$${}^5 C_2 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2} = 10$$

		\bar{x}	S^2
மாதிரி 1	(2 , 4)	3	1+1=2
மாதிரி 2	(2 , 6)	4	4+4=8
மாதிரி 3	(2 , 8)	5	9+9=18
மாதிரி 4	(2 , 10)	6	16+16=32
மாதிரி 5	(4 , 6)	5	1+1=2
மாதிரி 6	(4 , 8)	6	4+4=8
மாதிரி 7	(4 , 10)	7	9+9=18
மாதிரி 8	(6 , 8)	7	1+1=2
மாதிரி 9	(6 , 10)	8	4+4=8
மாதிரி 10	(8 , 10)	9	1+1=2
		$\sum \bar{x} = 60$	100

$$d) \bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i = \frac{1}{10} * 60 = 6 = \mu$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{m} \sum (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2 = \frac{1}{10} ((3-6)^2 + (4-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2 + (9-6)^2)$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{m} \sum (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2 = \frac{1}{10} (9+4+1+0+1+0+1+1+4+9) = \frac{1}{10} * 30 = 3$$

$$\text{ஆனால் } \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right) \quad N=5 \quad n=2$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{8}{2} \left(\frac{5-2}{5-1} \right)$$

$$= 4 \times \frac{3}{4}$$

$$= 3$$

Sampling and Sampling Distributions

$$= \frac{\sigma^2}{2} \left(\frac{5-2}{5-1} \right) \rightarrow 3 = \frac{\sigma^2}{2} * \frac{3}{4} \Rightarrow \sigma^2 = 8$$

$$\sigma^2 = 8$$

$$\sigma = \sqrt{8}$$

$$= 2.83$$

e) மாதிரியின் மதிப்பீட்டு வழுவின் எல்லை

$$P[|\theta - \hat{\theta}| < B] = 0.95$$

$$P(\hat{\theta} - B < \theta < \hat{\theta} + B) = 0.95$$

$$B = 2\sqrt{v\hat{v}r(\bar{x})} = 2\sqrt{\frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)}$$

$$\text{மாதிரி -1:} \quad = 2\sqrt{\frac{2}{2} \left(\frac{5-2}{5-1} \right)} = 1.55$$

$$P(\bar{x} - B < \mu < \bar{x} + B) = 0.95 \quad LL = \bar{x} - B = 1.45 \quad UL = \bar{x} + B = 4.55$$

$$\text{மாதிரி - 2:} \quad B = 2\sqrt{\frac{8}{2} \times \frac{3}{5}} = 3.098$$

$$(\bar{x}_2) = 4 \quad LL = 0.902 \quad UL = 7.098$$

$$\text{மாதிரி - 3:} \quad B = 2\sqrt{\frac{18}{2} \times \frac{3}{5}} = 4.65$$

$$\bar{x}_3 = 5, \quad s_3^2 = 18 \quad LL = 0.352 \quad UL = 9.65$$

$$\text{மாதிரி - 4:} \quad B = 2\sqrt{\frac{32}{2} \times \frac{3}{5}} = 6.197$$

$$\bar{x}_4 = 6, \quad s_4^2 = 32, \quad LL = 0.197 \quad UL = 12.197$$

$$\text{மாதிரி - 5: } B = 2 \sqrt{\frac{2}{2} \times \frac{3}{5}} = 1.55$$

$$\bar{x}_5 = 5 \quad s_5^2 = 2 \quad LL = 3.45 \quad UL = 6.55$$

$$\text{மாதிரி - 6: } B = 2 \sqrt{\frac{8}{2} \times \frac{3}{5}} = 3.098$$

$$\bar{x}_6 = 6, \quad s_6^2 = 8 \quad LL = 2.902 \quad UL = 9.098$$

$$\text{மாதிரி - 7: } B = 2 \sqrt{\frac{18}{2} \times \frac{3}{5}} = 4.65$$

$$\bar{x}_7 = 7 \quad s_7^2 = 18 \quad LL = 2.35, \quad UL = 11.65$$

$$\text{மாதிரி - 8: } B = 2 \sqrt{\frac{2}{2} \times \frac{3}{5}} = 1.55$$

$$\bar{x}_8 = 7 \quad s_8^2 = 2 \quad LL = 5.45, \quad UL = 8.55$$

$$\text{மாதிரி - 9: } B = 2 \sqrt{\frac{8}{2} \times \frac{3}{5}} = 3.098$$

$$\bar{x}_9 = 8 \quad s_9^2 = 8 \quad LL = 4.902, \quad UL = 11.098$$

$$\text{மாதிரி - 10: } B = 2 \sqrt{\frac{2}{2} \times \frac{3}{5}} = 1.55$$

$$\bar{x}_{10} = 9 \quad s_{10}^2 = 2 \quad LL = 7.4 \quad UL = 10.55$$

$$\text{மதிப்பிட்ட வழு (Stranded Error) = } \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

4.3 எளிய எழுமாற்று மாதிரியில் மொத்த குடித்தொகையை மதிப்பிடுதல்

ஒரு மொத்த குடித்தொகை பற்றிய தகவலைப் பெறுவதற்காக எளிய எழுமாற்று ஆய்வுகளில் N அளவுள்ள குடித்தொகைக்கான சராசரி என்பது குடித்தொகையில் உள்ள அனைத்து அவதானிப்புகளின் கூட்டுத்தொகையை N ஆல் வகுப்பதன் மூலம் பெறப்படும். அனைத்து அவதானிப்புகளின் கூட்டுத்தொகையான குடித்தொகை மொத்தமானது τ ஆல் குறிக்கப்படும். எனவே,

$$\mu = \tau/N \rightarrow \tau = N\mu = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

பக்கச்சார்பற்ற குடித்தொகை மதிப்பீட்டின் கூட்டுத்தொகை $\hat{\tau} = N\bar{x} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

$\hat{\tau}$ இன் மாற்றிறன்

$$\text{Var}(\hat{\tau}) = \text{var}(N\bar{x}) = N^2 \text{var}(\bar{x}) = N^2 \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

பக்கச்சார்பற்ற குடித்தொகை மதிப்பீட்டின் மாற்றிறன்

$$\hat{\text{var}}(\hat{\tau}) = N^2 \hat{\text{var}}(\bar{x})$$

$$= N^2 \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right); \text{ where } s^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

மதிப்பீடப்பட்ட வழுவின் எல்லை = $2\sqrt{\hat{\text{var}}(\hat{\tau})}$

=

$$2\sqrt{\hat{\text{var}}(N\bar{x})} = 2\sqrt{N^2 \left(\frac{s^2}{n} \right) \left(\frac{N-n}{N} \right)}$$

உதாரணம் 02

ஒரு தொழில்துறை நிறுவனம் ஒவ்வொரு வாரமும் விஞ்ஞானிகளால் சில பணிகளில் செலவிடும் நேரத்தைப் பற்றி கவனம் செலுத்துகிறது.

பணியாளர்கள் எளிய எழுமாற்று மாதிரியைப் பயன்படுத்தி $n = 50$ பேர் தெரிவு செய்யப்பட்டனர். இந்தப் பணியில் செலவுசெய்த சராசரி நேரம் 10.30, மாதிரியின் மாற்றிறன் $S^2 = 2.5$ என குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. நிறுவனத்தில் $N = 800$ விஞ்ஞானிகள் பணியாற்றுகின்றனர். பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுக:

- 1) ஒவ்வொரு வாரமும் பணிகளில் செலவுசெய்த மனித மணிநேரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் கணிக்க
- 2) மதிப்பிடப்பட்ட வழுவின் எல்லையைக் காண்க.
- 3) 95% நம்பிக்கை மட்டத்தில் ஒவ்வொரு வாரமும் செலவுசெய்த மனித மணிநேரங்களைக் காண்க.

குடியின் அளவு: $N = 800$, எளிய எழுமாற்று மாதிரி $n = 50$

$$\bar{x} = 10.30, S^2 = 2.5$$

τ மதிப்பீடு:

$$\hat{\tau} = N\bar{x} = 800 * 10.3 = 8240 \text{ வார மணித்தியாலங்கள்.}$$

மதிப்பீடப்பட்ட வழுவின் எல்லை

$$\begin{aligned} B &= \sqrt[2]{v \hat{\tau}(\hat{\tau})} = \sqrt[2]{N^2 v \hat{\tau}(\hat{\tau})} = \sqrt[2]{N^2 \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N}\right)} \\ &= \sqrt[2]{800^2 \frac{2.5^2}{50} \left(\frac{800-50}{800}\right)} = 547.72 \text{ மணித்தியாலங்கள்} \end{aligned}$$

ஒவ்வொரு வாரத்திற்குமான மணித்தியாலங்களுக்கான 95% நம்பிக்கை மட்டம்

$$= 8240 \pm 547.72 \text{ வார மணித்தியாலங்கள் (hours /week)}$$

இந்தப் பணிக்காக நிறுவனம் ஒரு மணி நேரத்திற்கு 500/= செலுத்துகிறது. இது இந்த வாரத்தில் செலவிடப்பட்ட அதிகபட்சப் பணத்தை மதிப்பிடுக.

ஒரு நாள் வேலை நேரம் [1098.90, 1255.39]

வாரத்திற்கு வேலை நேரம் [7692.28, 8787.72]

வருடத்திற்கு வேலை நேரம் [401097.46, 458217.35]

தேவையான பணம் அல்லது நிதி [200548730 /=, 229108675/=]

4.4 மதிப்பிடப்பட்ட குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரியைத் தெரிவு செய்தல்

அதாவது மதிப்பிடப்பட்ட குடித்தொகையிலிருந்து மாதிரியைத் தெரிவு செய்தலும் எளிய எழுமாற்று மாதிரியின் இடை மற்றும் கூட்டுத்தொகையை கணித்தலும்

ஆய்வொன்றை வடிவமைக்கும் போது அது குடித்தொகையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாதிரியின் அளவைப் பொறுத்ததாகும். ஆனால் மாதிரியில் சேர்க்கப்பட வேண்டிய அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை பற்றி எதுவும் தெரியாது. அத்தகைய முடிவின் தாக்கமும், நேரமும் வீணடிக்கப்படும். மாறாக மாதிரியில் சேர்க்கப்பட்டுள்ள அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை மிகவும் சிறியதாக இருந்தால், சரியான ஆய்வுமுடிவுகளை வெளிப்படுத்த முடியாததாக இருக்கும்..

(அ) B இன் மதிப்பீட்டு வழி எல்லையில் μ ஐ மதிப்பிடுவதற்கு தேவையான மாதிரி அளவு

$B = 2\sqrt{\text{Var}(\bar{X})}$ for n

$$\text{இங்கு } \hat{\text{var}}(\bar{X}) = \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) \text{ ----- (1)}$$

$$\text{Var}(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right) \text{ ----- (2)}$$

S^2 ஆனது மாதிரி n இல் தங்கியிருப்பதால் எம்மால் (1) ஐப் பயன்படுத்த முடியாது.

$$\text{எனவே, } B = 2\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1}\right)} \text{ ----- (3)}$$

(3) ஐச் சுருக்கும் போது,

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} \quad \text{இங்கு, } D = \frac{B^2}{4}$$

உதாரணம் 03

ஒரு மருத்துவமனையின் கணக்கிற்கு சராசரியாக வரக்கூடிய பணம் (μ) மதிப்பிடப்பட வேண்டும். குடித்தொகை மாற்றற்றினை (σ^2) மதிப்பிடுவதற்கு எந்தவொரு தரவும் இல்லை என்றாலும், பெரும்பாலான கணக்குகள் \$60 இற்கு உட்பட்டது என்பது அறியப்படுகிறது. திறந்த கணக்குகள் $N = 1000$ ஆக உள்ளன.

(μ) மற்றும் மதிப்பீட்டு வழி எல்லையையும் $B = \$4$ காண்பதற்கு தேவையான மாதிரி அளவினைக் காண்க. (கணக்குகள் சாதாரண பரம்பலாக காணப்படுகிறது எனக் கொள்க)

கணக்குகள் சாதாரண பரம்பலில் இருந்தால்

$$\text{வீச்சு} \simeq 4\sigma \implies \frac{60}{4} = \sigma = \$15$$

$$\sigma^2 = 225$$

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} \quad ; \quad D = \frac{B^2}{4} = \frac{4^2}{4} = 4$$

$$= \frac{1000 * 225}{999 * 4 + 225} = \frac{225000}{4221} = 53.30$$

அதாவது, பெறத்தக்க சராசரி கணக்குகளை மதிப்பிடுவதற்கு அண்ணளவாக 54 அவதானிப்புகள் தேவை, இது \$4 மதிப்பீட்டு வழுவின் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது.

(b) B இற்கான τ உடன் மதிப்பீட்டு வழுவை கணிக்க தேவையான மாதிரி அளவைக் காண்க.

மொத்த மதிப்பீட்டின் வழு எல்லையானது,

$$B = 2\sqrt{\text{Var}(N\bar{X})}$$

$$B = 2N\sqrt{\text{Var}(\bar{X})}$$

$$\text{நாம் அறிந்தது } \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

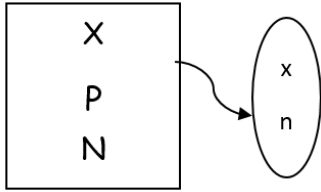
$$\therefore \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right) = \frac{B^2}{4N^2}$$

சுருக்கும் போது

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} \text{ where } D = \frac{B^2}{4N^2}$$

4.5 குடித்தொகையின் விகிதத்தை மதிப்பிடல்

சில நேரம் நாங்கள் ஒரு மாதிரிக்கான கணக்கெடுப்பு நடத்தும் போது ஈருறுப்புக் குடித்தொகை பரமானங்களை மதிப்பிடுவதில் ஆர்வம் காட்டப்படுகின்றது.



குடித்தொகை விகிதம் $P = \frac{X}{N}$

P இற்கான மாதிரி விகிதம் $\hat{p} = \frac{x}{n}$

மாதிரி விகிதங்கள்: $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_m$

சராசரி மாதிரி விகிதங்கள் $\bar{p} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \hat{p}_i = p$

மாதிரி விகிதங்களின் மாற்றற்றன் $\text{Var}(\hat{p}) = \frac{\hat{p}\hat{q}}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$ இங்கு $\hat{q} = 1 - \hat{p}$

$\text{Var}(p)$ இன் மதிப்பீடு $\widehat{\text{Var}}(\hat{p}) = \frac{\hat{p}\hat{q}}{(n-1)} \left(\frac{N-n}{N} \right)$

மதிப்பீட்டின் வழு = $2\sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{p})}$

$$B = 2\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{(n-1)} \left(\frac{N-n}{N} \right)}$$

P குடித்தொகை விகிதத்திற்கான 95% நம்பிக்கை மட்டம் = $\hat{p} \pm B$

மதிப்பீட்டின் வழு எல்லை B உடன் P_1 மதிப்பிடுவதற்கு தேவையான மாதிரி அளவு

$$B = 2\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{(n-1)} \left(\frac{N-n}{N} \right)}$$

$$\left(\frac{B}{2} \right)^2 = \frac{\hat{p}\hat{q}}{(n-1)} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

$$D = \frac{\hat{p}\hat{q}}{(n-1)} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

$$n = \frac{N\hat{p}\hat{q}}{(N-1)D + \hat{p}\hat{q}}$$

$$\text{ஆகும்போது } \hat{q} = (1 - \hat{p}) \text{ and } D = \frac{B^2}{4}$$

உதாரணம் 04

ஒரு குடித்தொகையில் $n = 100$ கல்லூரி சிரேஷ்ட மாணவர்களை எளிய எழுமாற்று மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கும் போது.

Sampling and Sampling Distributions

(i) $N = 300$ கல்லூரி சிரேஷ்ட மாணவர்களில் ஒரு பகுதியினர் கல்லூரி X இலிந்து கல்வியை நிறைவு செய்கின்றனர்.

(ii) மாணவர்களில் ஒரு பகுதியினர் பகுதி நேர வேலைகளில் ஈடுபட்டுள்ளனர்.

மாதிரியில் உள்ள 100 மாணவர்களில்

(அ) 15 மாணவர்கள் பட்டதாரி பள்ளியில் சேர திட்டமிட்டுள்ளனர்.

(ஆ) 65 மாணவர்கள் பகுதி நேர வேலையில் ஈடுபட்டுள்ளனர்.

$X_1 = 15$ $P_1 = 15/100 = 0.15$ பட்டதாரி பள்ளியில் சேரவிருக்கும் சிரேஷ்ட மாணவர்களின் விகிதம்

$X_2 = 65$ $P_2 = 65/100 = 0.65$ பகுதி நேர வேலையில் இருக்கும் சிரேஷ்ட மாணவர்களின் விகிதம்

(i) P_1 இன் மதிப்பீட்டின் வழுவின் எல்லை

$$\begin{aligned} 2\sqrt{\widehat{Var}(\hat{p}_1)} &= 2\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{(n-1)}\left(\frac{N-n}{N}\right)} \\ &= 2\sqrt{\frac{0.15*0.85}{99}\left(\frac{300-100}{300}\right)} = 2*0.293 \\ &= 0.059 \end{aligned}$$

5.9% க்கு சமமான மதிப்பீட்டின் வழுவின் அடிப்படையில், 15% சிரேஷ்ட மாணவர்கள் பட்டதாரி பள்ளியில் சேர திட்டமிட்டுள்ளனர்,

(ii) P_2 இன் மதிப்பீட்டு வழு எல்லை

$$2\sqrt{\widehat{Var}(\hat{p}_2)} = 2\sqrt{\frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{(n-1)}\left(\frac{N-n}{N}\right)}$$

$$= 2 \sqrt{\frac{0.65 \cdot 0.35}{99} \left(\frac{300-100}{300} \right)} = 2 \cdot 0.0391 = 0.078$$

7.8% க்கு சமமான மதிப்பீட்டு வழுவின் கட்டுப்பாடுடன், 65% சிரேஷ்ட மாணவர்கள் பட்டதாரி பகுதி நேர வேலையில் ஈடுபட்டுள்ளனர்,

பயிற்சி வினாக்கள்

1. {5, 7, 9, 11, 15} குடித்தொகையிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கக்கூடிய $n = 3$ அளவின் சாத்தியமான அனைத்து எளிய எழுமாற்று மாதிரிகளையும் பட்டியலிடுங்கள்.
 - i. குடித்தொகைக்கான குடித்தொகை பரமானங்களைக் கணிக்குக.
 - ii. மாதிரி பரமானங்களை மதிப்பிடுக.
 - iii. மாதிரி இடையினைப் பயன்படுத்தி குடித்தொகை இடை மற்றும் மாற்றறினை மதிப்பிடுக.
 - iv. ஒவ்வொரு மாதிரிக்குமான வழு மற்றும் 95% நம்பிக்கை மட்டத்தினை மதிப்பிடவும்.
2. ஒரு குறிப்பிட்ட வரண்ட காலநிலையில் ஒரு குடும்பத்திற்கு சராசரி மாதாந்த நீர் நுகர்வு மதிப்பிடுவதற்கு ஒரு சமூகத்திற்குள் 50 நீர் மீற்றர்களின் எளிய எழுமாற்று மாதிரி கண்காணிக்கப்படுகிறது. மாதிரி இடை மற்றும் மாதிரி மாற்றறினன் $\bar{x} = 25$ அலகுகள் மற்றும் $S^2 = 25$ அலகுகள் ஆகக் காணப்படுகின்றன. சமூகத்தில் $N=3000$ குடும்பங்கள் இருப்பதாகக் கருதினால், மாதத்திற்கு சராசரி மற்றும் மொத்த நீர் நுகர்வுகளை மதிப்பிடவும் மற்றும் மாதத்திற்கு சராசரி மற்றும் மொத்த நீர் நுகர்வுக்கான மதிப்பீட்டின் வழுவை கணிக்கவும்.
3. கல்லூரி மாணவர்களின் எளிய எழுமாற்று 40 மாதிரிகள் , பருவகாலத்தில் இருந்து ஆண்டு இறுதி முறைக்கு மாற்றுவதற்கு ஆதரவாக மாணவர்களின் விகிதத்தைத் தீர்மானிக்க நேர்காணல் செய்யப்பட்டது. 25 மாணவர்கள் உறுதியுடன் பதிலளித்தனர்.

Sampling and Sampling Distributions

மாற்றத்திற்கு ஆதரவாக வளாகத்தில் உள்ள மாணவர்களின் விகிதத்தை மதிப்பிடவும் (N=6,000 என்று வைத்துக்கொள்வோம்.) மதிப்பீட்டின் வழுவை மதிப்படுக.

உசாத்துணை

Cochran, W.G. (1977), *Sampling Techniques*, John Wiley & Sons (1977).

Black, K. (2006), *Business Statistics*, John Wiley & Sons (2006).

அத்தியாயம் 05

படை கொண்ட மாதிரி எடுப்பு (Stratified Random Sampling)

- 5.0. படை கொண்ட மாதிரி எடுப்பு(Stratified Random Sampling)
- 5.1. அறிமுகம்
- 5.2. குடித்தொகை சராசரி மற்றும் மொத்த மதிப்பீடு
- 5.3. மதிப்பீட்டு வழவுக்கான எல்லை
- 5.4. மொத்த குடித்தொகையை மதிப்பிடல
- 5.5. குடித்தொகை சராசரி மற்றும் மொத்தத்தை மதிப்பிடுவதற்கான மாதிரி அளவைத் தேர்ந்தெடுத்தல்
- 5.6. மாதிரி ஒதுக்கீடு
- 5.7. குடித்தொகை விகிதத்தின் மதிப்பீடு
- 5.8. விகிதாச்சாரத்தை மதிப்பிடுவதற்கு மாதிரி அளவைத் தேர்ந்தெடுத்தலும் மாதிரியை பங்கீடு செய்தலும்.

அத்தியாயம் பற்றிய சுருக்கமான விபரிப்பு

ஒரு படைகொண்ட மாதிரி என்பது குடித்தொகையின் கூறுகளை ஒன்றுடன் ஒன்று சேர்க்காமல் குழுக்களாகப் பிரிப்பதன் மூலம் பெறப்படுகிறது, இது “படைகள்” என்று அழைக்கப்படுகிறது, பின்னர் ஒவ்வொரு படைகளிலிருந்தும் ஒரு எளிய எழுமாற்று மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பதாகும்.

அத்தியாயத்தின் நோக்கம்

- படைகொண்ட மாதிரி எவ்வாறான சந்தர்ப்பத்தில் தெரிவு செய்வது என்பதை தெளிவுபடுத்தல்.

- எளிய எழுமாற்று மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக படைகொண்ட மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்கான முக்கிய காரணங்களை வேறுபடுத்தி விளங்கப்படுத்தல்.

கற்றல் பெறுபேறுகள்

- படைகொண்ட மாதிரி எவ்வாறான சந்தப்பத்தில் தெரிவு செய்வது என்பதை தெளிவு படுத்துவீர்கள்.
- எளிய எழுமாற்று மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக படைகொண்ட மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்கான முக்கிய காரணங்களை வேறுபடுத்தி விளங்கப் படுத்துவீர்கள்.

5.0 அறிமுகம்

மாதிரி கணக்கெடுப்பு வடிவமைப்பின் நோக்கம், செலவழிக்கும் பணத்திற்கான தகவலின் அளவை அதிகரிப்பதாகும். எளிய எழுமாற்று மாதிரி, அடிப்படை மாதிரி வடிவமைப்பு, குறைந்த செலவில் குடித்தொகையின் சிறந்த மதிப்பீடுகளை வழங்குகிறது. மாதிரி செயல்முறையின் இரண்டாவது முறை படைகொண்ட மாதிரி என அழைக்கப்படுகிறது, இது பல நிகழ்வுகளில் கொடுக்கப்பட்ட செலவிற்கான தகவலின் அளவை அதிகரிக்கிறது.

ஒரு படைகொண்ட மாதிரி என்பது குடித்தொகை கூறுகளை ஒன்றுடன் ஒன்று அல்லாத குழுக்களாகப் பிரிப்பதன் மூலம் பெறப்படுகிறது, இது “படைகள்” என்று அழைக்கப்படுகிறது, பின்னர் ஒவ்வொரு படைகளிலிருந்தும் ஒரு எளிய எழுமாற்று மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பதாகும்.

எளிய எழுமாற்று மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக படைகொண்ட மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்கான முக்கிய காரணங்கள் பின்வருமாறு:

1. படையெடுப்பானது மதிப்பீட்டின் வழுவின் மீது சிறிய எல்லையை உருவாக்கலாம், பின்னர் அதே அளவிலான ஒரு எளிய எழுமாற்று மாதிரியால் உருவாக்கப்படும். படைகளுக்குள் அளவீடுகள் ஒரே

மாதிரியாக இருந்தால் முடிவுகளும் உண்மைத்தன்மையானதாக காணப்படும்.

2. குடித்தொகைக் கூறுகளை வசதியான குழுக்களாகப் பிரிப்பதன் மூலம் கணக்கெடுப்பில் ஒரு கவனிப்புக்கான செலவு குறைக்கப்படலாம்.

3. குடித்தொகையின் துணைக்குழுக்களுக்கு குடித்தொகை பரமானங்களின் மதிப்பீடு தேவைப்படலாம். இந்த துணைக்குழுக்கள் பின்னர் அடையாளம் காணக்கூடிய படைகளாக இருக்க வேண்டும்.

ஒரு படையகண்ட மாதிரியை தெரிவு செய்தல்

ஒரு படையகண்ட மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பதில் முதல் படி, படையகளை தெளிவாகக் குறிப்பிடுவதாகும். குடித்தொகையின் ஒவ்வொரு மாதிரி அலகும் அதன் பொருத்தமான படையில் வைக்கப்படும்.

மாதிரி அலகுகள் படையகளைப் பிரிக்கப்பட்ட பிறகு, எளிய எழுமாற்று மாதிரி நுட்பங்களைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு படையிலிருந்தும் ஒரு எளிய எழுமாற்று மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்படும்.

படையகளிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாதிரிகள் சுயாதீனமானவை என்பதை நாம் உறுதியாக நம்ப வேண்டும், அதாவது ஒவ்வொரு படையிலும் வித்தியாசமான எழுமாற்று மாதிரித் திட்டங்கள் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும், எனவே ஒரு படையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அவதானிப்புகள் மற்றொன்றில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டவற்றைச் சார்ந்து இருக்காது.

சில குறியீடுகள் படை எழுமாற்று மாதிரிக்கு தேவைப்படுகின்றது.

L = படையகளின் எண்ணிக்கை

N_i = படை i உள்ள மாதிரியில் அலகுகளின் எண்ணிக்கை

N = குடித்தொகையின் மாதிரியில் அலகுகளின் எண்ணிக்கை

$= N_1 + N_2 + \dots + N_L$

5.1 குடித்தொகை சராசரி மற்றும் மொத்த மதிப்பீடு

i^{th} படையினை கருத்தில் கொள்வோம்

\bar{x}_i என்பது i^{th} படையின் மாதிரியிடை

n_i என்பது படை i இற்கான மாதிரியளவு

μ_i என்பது படை i இற்கான குடித்தொகை இடை

τ_i என்பது படை i இற்கான மொத்த குடித்தொகை

என்று வைத்துக்கொள்வோம்

பின்னர் மொத்த குடித்தொகை $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_L = \sum_{i=1}^L \tau_i$ க்கு சமனாகும்.

எனவே ஒவ்வொரு படைகொண்ட மாதிரியில் மாதிரித் தெரிவு செய்வதற்காக.

\bar{x}_i என்பது μ இன் பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீடாகும்.

$N_i \bar{x}_i$ என்பது $\tau_i = N_i \mu_i$ இன் பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீடாகும்.

τ_i இன் கூட்டுத்தொகையாகும் ($\sum_{i=1}^L \tau_i$). அதேபோன்று, குடித்தொகை சராசரி μ என்பது மொத்த குடித்தொகை $\tau \in N$ ஆல் வகுத்தால் பெறப்படும். μ இன் மதிப்பீட்டை ஒட்டுமொத்த படைகளின் மதிப்பீடுகளைக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது. பின்னர் μ ஆல் வகுத்தல் வேண்டும். இந்த மதிப்பீட்டை \bar{x}_{st} ஆல் குறித்துக் காட்டப்படும். அங்கு “st” என்பது படைகொண்ட மாதிரி பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதைக் குறிக்கிறது. குடித்தொகையின் மதிப்பீட்டின் சராசரி μ என்பது \bar{x}_{st} ஆகும்.

இப்போது i^{th} படைகளைக் கருத்தில் கொள்வோம்:

$\tau_i = \sum_{j=1}^{N_i} x_{ij}$ - i^{th} படைஎடுப்பு மாதிரியில் மொத்த குடித்தொகை

$x_i = \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} - i^{th}$ படைஎடுப்பு மாதிரியில் மொத்த மாதிரி

$\mu_i = \tau_i / N_i - i^{th}$ படைஎடுப்பு மாதிரியில் குடித்தொகை இடை

$\bar{x}_i = x_i / n_i - i^{th}$ படைஎடுப்பு மாதிரியில் மாதிரி இடை

$\sigma_i^2 = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 - i^{th}$ படைஎடுப்பு குடித்தொகை மாற்றற்றன்

$s_i^2 = \frac{1}{(n_i-1)} \sum_{j=1}^{N_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2 - i^{th}$ படைஎடுப்பு மாதிரி மாற்றற்றன்

$p_i = \frac{N_i}{N} - i^{th}$ படைகளின் குடித்தொகை விகிதம்

$p_i = \frac{n_i}{N_i} - i^{th}$ படைகளின் மாதிரி விகிதம்

$\bar{x}_{st} = \frac{1}{N} [N_1 \bar{x}_1 + N_2 \bar{x}_2 + \dots + N_L \bar{x}_L] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L \bar{x}_i N_i$

\bar{x}_{st} இற்கான மாற்றற்றனைக் கணித்தல்.

$v\hat{r}(\bar{x}_{st}) = \frac{1}{N^2} [v\hat{r}(N_1 \bar{x}_1) + v\hat{r}(N_2 \bar{x}_2) + \dots + v\hat{r}(N_L \bar{x}_L)]$

$= \frac{1}{N^2} [N_1^2 v\hat{r}(\bar{x}_1) + N_2^2 v\hat{r}(\bar{x}_2) + \dots + N_L^2 v\hat{r}(\bar{x}_L)]$

$= \frac{1}{N^2} [N_1^2 \frac{s_1^2}{n_1} \left(\frac{N_1 - n_1}{N_1} \right) + N_2^2 \frac{s_2^2}{n_2} \left(\frac{N_2 - n_2}{N_2} \right) + \dots$

$\dots + N_L^2 \frac{s_L^2}{n_L} \left(\frac{N_L - n_L}{N_L} \right)]$

$= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \frac{s_i^2}{n_i} \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right)$

5.2 மதிப்பீட்டு வழக்கான எல்லை

$$B = 2\sigma_{\bar{x}_{st}} = 2\sqrt{v\hat{a}r(\bar{x}_{st})}$$

$$B = 2\sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \frac{s_i^2}{n_i} \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right)}$$

குடித்தொகையின் 95% நம்பிக்கை ஆயிடை என்பது $\bar{x}_{st} \pm B$ ஆகும்.

அதாவது, குடித்தொகைக்கான 95% நம்பிக்கை ஆயிடை சராசரி:

$$\bar{x}_{st} - B \leq \mu \leq \bar{x}_{st} + B$$

உதாரணம்:

ஒரு குறிப்பிட்ட நாட்டில் தொலைக்காட்சி விளம்பரத்திற்கு எவ்வளவு முக்கியத்துவம் கொடுக்க வேண்டும் என்பதை தீர்மானிப்பதில் ஆர்வமுள்ள ஒரு விளம்பர நிறுவனம், நாட்டிற்குள் உள்ள குடும்பங்கள் ஒவ்வொரு வாரமும் சராசரியாக எத்தனை மணிநேரம் தொலைக்காட்சியைப் பார்க்கிறது என்பதை மதிப்பிடுவதற்கு மாதிரி கணக்கெடுப்பை நடத்த முடிவு செய்கிறது. நாட்டில் இரண்டு நகரங்கள் A மற்றும் B மற்றும் ஒரு கிராமப்புற பகுதி உள்ளது. நகரம் A ஒரு தொழிற்சாலையைச் சுற்றி கட்டப்பட்டுள்ளது மற்றும் பெரும்பாலான வீடுகளில் பள்ளி வயது குழந்தைகளுடன் தொழிற்சாலை தொழிலாளர்கள் உள்ளனர். நகரம் B என்பது உள்ள ஒரு நகரத்தின் பிரத்யேக புறநகர்ப் பகுதியாகும், மேலும் வீட்டில் சில குழந்தைகளுடன் வயதான குடியிருப்பாளர்களைக் கொண்டுள்ளது. A நகரில் 155 குடும்பங்களும், B நகரில் 62 குடும்பங்களும், கிராமப்புறத்தில் 93 குடும்பங்களும் உள்ளன.

விளம்பர நிறுவனம் $n = 40$ குடும்பங்களை நேர்காணல் செய்ய போதுமான நேரத்தையும் பணத்தையும் கொண்டுள்ளது. நகரம் யு இலிருந்து $n_1 = 20$ அளவிலான எழுமாற்று மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுக்க முடிவு செய்கிறது நகரம் B இலிருந்து $n_2 = 8$, மற்றும் $n_3 = 12$ கிராமப்புறத்திலிருந்து தெரிவு செய்கிறது. எளிய எழுமாற்று மாதிரிகள் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டு நேர்காணல்கள் நடத்தப்படுகின்றன.

வாரத்திற்கு தொலைக்காட்சி பார்க்கும் மணிநேரங்களில் அளவீடுகளுடன் முடிவுகள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

பின் வருவனவற்றுக்கான வாரத்திற்கு சராசரி தொலைக்காட்சி பார்க்கும் நேரத்தை மணிநேரங்களில் மதிப்பிடுக.

(அ) நாட்டில் உள்ள அனைத்து குடும்பங்களும்

(ஆ) (அ) மற்றும் நகரம் B, A மற்றும் கிராமப் பகுதியில் உள்ள அனைத்துக் குடும்பங்களிலும் உள்ள மதிப்பீட்டின் வழுவின் எல்லையை மதிப்பிடுக.

நகரம் A: 35, 43, 36, 39, 28, 28, 29, 25, 38, 27, 26, 32, 29, 40, 35, 41, 37, 31, 45, 34

நகரம் B: 27, 15, 4, 41, 49, 25, 10, 30

கிராமப்புறம்: 8, 14, 12, 15, 30, 32, 21, 20, 34, 7, 11, 24

விடைகள்

	ni	இடை (\bar{x}_i)	Std (si)	Ni
நகரம் A	20	33.90	5.95	155
நகரம் B	8	25.12	15.25	62
கிராமம்	12	19.00	9.36	93
	n=40			N=310

$$s_i^2 = \frac{1}{(n_i-1)} \sum_{j=1}^{N_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

$$= 1/20-1 (35-33.09)^2$$

Sampling and Sampling Distributions

$$\frac{(35 - 33.09)^2}{19} + (43 - 33.09)^2 +$$

$$S^2 = 81$$

$$S = \sqrt{81}$$

$$S = 9$$

$$\bar{x}_{st} = \frac{1}{N} [N_1 \bar{x}_1 + N_2 \bar{x}_2 + N_3 \bar{x}_3]$$

$$N = N_1 + N_2 + N_3 = 155 + 62 + 93 = 310$$

$$\bar{x}_{st} = \frac{1}{310} [155 \times 33.9 + 62 \times 25012 + 93 \times 19]$$

$\bar{x}_{st} = 27.7$ மணிநேரம் / வாரம் என்பது நாட்டில் உள்ள அனைத்து குடும்பங்களும் தொலைக்காட்சி பார்ப்பதற்காக செலவிடும் நேரத்தின் சராசரி ஆகும்.

நியம விலகல் (Standard deviation) கணிப்பிடுதல் நகரம் A

$$SD = \frac{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}}{(n-1)}$$

$$\frac{\sqrt{\sum(35-33.90)^2}}{(20-1)}$$

$$\sqrt{\sum(35-33.90)^2/(20-1)}$$

$$= 1.21/19$$

$$= .063$$

மதிப்பிடப்பட்ட வழி (Standard Error)

$$SE = S/\sqrt{n} \text{ இங்கு } S = SD$$

$$= 5.95/\sqrt{20}$$

$$\begin{aligned} \text{மேலும் } v\hat{a}r(\bar{x}_{st}) &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{s_i^2}{n_i} \right) N_i^2 \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right) \\ &= \frac{1}{(310)^2} \left[155^2 \times \frac{5.95^2}{20} \times \left(\frac{155-20}{155} \right) + 62^2 \cdot \frac{15.25^2}{8} \left(\frac{62-8}{62} \right) + \right. \\ &\quad \left. 93^2 \frac{9.36^2}{12} \left(\frac{93-12}{93} \right) \right] \\ \hat{\sigma}_{\bar{x}_{st}}^2 &= 1.98 \end{aligned}$$

(b) (a) இல் உள்ள மதிப்பீட்டின் வழி $B = 2\sigma_{\bar{x}_{st}} = 2\sqrt{1.98} = 2.8$

$$\bar{x}_{st} \pm 2\sqrt{v\hat{a}r(\bar{x}_{st})} = 27.7 \pm 2\sqrt{1.97} = 27.7 \pm 2.8$$

இந்த நாட்டின் தொலைக்காட்சி பார்க்கும் நேரத்திற்கான 95% நம்பிக்கை ஆயிடை

$24.9 < \mu < 30.5$ வாரத்திற்கான மணித்தியாலங்கள்

படை - 2 இற்கானமதிப்பீட்டு வழுவின் மீது பிணைக்கப்பட்டுள்ளது அதாவது., (நகரம் B) இல்

$$B = 2\sqrt{v\hat{a}r(\bar{x}_2)}$$

$$v\hat{a}r(\bar{x}_2) = \frac{s_2^2}{n_2} \left(\frac{N_2 - n_2}{N_2} \right) \text{ (எளிய எழுமாற்று மாதிரி என்பதனால்)}$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}_{st(B)}}^2 = \frac{15.25^2}{8} \left(\frac{62-8}{62} \right) = 25.3193$$

$$\therefore B = 2\sqrt{25.3193}$$

$$= 10.064 \text{ hours}$$

\therefore நகரம் B இன் தொலைக்காட்சி பார்க்கும் நேரத்திற்கான 95% நம்பிக்கை ஆயிடை $\bar{x}_2 \pm B = 25.12 \pm 10.064$

$$= 15.056 \leq \mu_2 \leq 35.184$$

உதாரணமாக நகரம் A மற்றும் கிராமப் பகுதிக்கு தொலைக்காட்சி பார்க்கும் நேரத்திற்கான 95% நம்பிக்கை ஆயிடை என மதிப்பிடவும்.

5.3 மொத்த குடித்தொகையை மதிப்பிடல்

குடித்தொகை மொத்தத்தை மதிப்பிடுவதற்கான நடைமுறைகள் μ ஐ மதிப்பிடுவதற்கான நடைமுறைகளிலிருந்து நேரடியாகப் பின்பற்றப்படுகின்றன. τ ஆனது $N\mu$ க்கு சமம் என்பதால் τ இன் பக்கச்சார்பற்ற மதிப்பீடானது $N\bar{x}_{st}$ எனக்குறிப்பிடப்படுகிறது.

மொத்த குடித்தொகையின் மதிப்பீடு τ ஆனது:

$$N\bar{x}_{st} = N_1\bar{x}_1 + N_2\bar{x}_2 + \dots + N_l\bar{x}_l = \sum_{i=1}^l N_i\bar{x}_i$$

$N\bar{x}_{st}$ இன் மதிப்பிடப்பட்ட மாற்றிறன்

$$\text{Var}(N\bar{x}_{st}) = N^2 \text{var}(\bar{x}_{st}) = \sum_{i=1}^l N_i^2 \left(\frac{s_i^2}{n_i} \right) \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right)$$

உதாரணம்:

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டைப் பயன்படுத்தி, நாட்டில் உள்ள குடும்பங்கள் ஒவ்வொரு வாரமும் தொலைக்காட்சியைப் பார்க்கும் மொத்த மணிநேரங்களைக் கணக்கிட்டு மதிப்பீட்டின் வழவழிற்கு ஒரு வரையறையை வைக்கவும்.

நாட்டில் உள்ள குடும்பங்கள் ஒவ்வொரு வாரமும் தொலைக்காட்சியைப் பார்க்கும் மொத்த மணிநேரங்களின் எண்ணிக்கை $= N\bar{x}_{st}$

$$N\bar{x}_{st} = 310 * 27.7 = 8587 \text{ மணித்தியாலங்கள்}$$

• $N\bar{x}_{st}$ இன் மதிப்பிடப்பட்ட மாற்றிறன்

$$\hat{V}ar(N\bar{x}_{st}) = N^2 \hat{v}ar(\bar{x}_{st}) = 3102(1.98) = 189,278.56$$

மொத்த குடித்தொகையின் மதிப்பீட்டு வழி எல்லையானது

$$\begin{aligned} &= N\bar{x}_{st} \pm 2\sqrt{\hat{v}ar(N\bar{x}_{st})} \\ &= 8587 \pm 2\sqrt{189,278.56} \\ &= 8587 \pm 870 \end{aligned}$$

ஒரு வாரத்திற்கு மொத்தமாக 7717 முதல் 9457 மணிநேரம் வரை தொலைக்காட்சியைப் பார்ப்பதற்காக செலவிடப்படுகிறது

5.4 குடித்தொகை சராசரி மற்றும் மொத்தத்தை மதிப்பிடுவதற்கான மாதிரி அளவைத் தேர்ந்தெடுத்தல்

ஒரு மாதிரியில் உள்ள தகவலின் அளவு மாதிரி அளவு n ஐப் பொறுத்தது, ஏனெனில் n அதிகரிக்கும் போது $\text{Var}(\bar{x}_{st})$ குறைகிறது.

இந்தச் சூழ்நிலையில் தேராயமாக 95% நிகழ்தகவுடன், குடித்தொகை சராசரியின் B அலகுகளுக்குள் மதிப்பீடு இருக்க வேண்டும் என்று நாம் குறிப்பிடுகிறோம் என்று வைத்துக்கொள்வோம்:

$$B = 2\sqrt{\hat{v}ar(\bar{x}_{st})} \rightarrow \hat{v}ar(\bar{x}_{st}) = B^2/4$$

$\text{Var}(\bar{x}_{st}) = B^2/4$ என அமைத்தாலும், n_1, n_2, \dots, n_L இடையே உள்ள உறவுகளைப் பற்றி நமக்குத் தெரியாவிட்டால், n ஐ தீர்க்க முடியாது. பல்வேறு படைகளில் அளவு n மாதிரியை ஒதுக்க பல வழிகள் உள்ளன. இருப்பினும், ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும், கவனிப்பின் எண்ணிக்கை n_i மொத்த மாதிரி அளவு n இன் சில பகுதியே i^{th} படைகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது. இந்தப் பகுதியை w_i ஆல் குறிக்கிறோம், எனவே,

$$w_i = \frac{n_i}{n}, i=1, 2, \dots, L$$

$\therefore n_i = n w_i$ என எழுதலாம்.

மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் $V\hat{r}(\bar{x}_{st}) = B^2/4$ மற்றும் n ஐ தீர்க்க. இதேபோல், மொத்த குடித்தொகை τ மதிப்பீட்டின் வழுவின் அடிப்படையில் B அலகுகளின் எல்லையுடன் கணக்கிடுவது சமன்பாட்டிற்கு வழிவகுக்கிறது.

$$B = 2\sqrt{N^2 v\hat{r}(\bar{x}_{st})} \rightarrow V\hat{r}(\bar{x}_{st}) = B^2/4N^2$$

தோராயமான மாதிரி அளவு μ அல்லது τ மதிப்பீட்டின் வழுவின் எல்லை B உடன் மதிப்பிடுவதற்கு:

$$\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(\frac{N_i - n w_i}{N_i} \right) \left(\frac{s_i^2}{n w_i} \right) = D$$

$$\begin{aligned} DN_2 &= \sum_{i=1}^L N_i^2 \left(1 - \frac{n w_i}{N_i} \right) \left(\frac{s_i^2}{n w_i} \right) \\ &= \sum_{i=1}^L \left[N_i^2 \frac{s_i^2}{n w_i} - N_i n w_i \frac{s_i^2}{n w_i} \right] \end{aligned}$$

$$DN_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^L \frac{N_i^2 s_i^2}{w_i} - \sum_{i=1}^L N_i s_i^2$$

$$DN_2 + \sum_{i=1}^L N_i s_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^L \frac{N_i^2 s_i^2}{w_i}$$

$$\therefore n = \sum_{i=1}^L (N_i^2 s_i^2 / w_i) / [N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i s_i^2]$$

$$n = \frac{\sum_{i=1}^L N_i^2 s_i^2}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i s_i^2}$$

w_i ஆனது படை i க்கு ஒதுக்கப்பட்ட கவனிப்பின் பகுதி,

$$D = B^2/4 \quad \mu \text{ ஐ மதிப்பிடும் போது.}$$

$$D = B^2/4N^2 \quad \tau \text{ ஐ மதிப்பிடும் போது}$$

உதாரணம்

\bar{x}_{st} பயன்படுத்தி குடித்தொகை சராசரியை மதிப்பிடுக. மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் $W_1 = 1/3$ மற்றும் $W_2 = 1/3$ $W_3 = 1/3$ ஆகியவற்றால் ஒதுக்கீடு பின்னங்கள் வழங்கப்பட்டால், 2 மணிநேரத்திற்கு சமமான மதிப்பீட்டுப் வழுவின் எல்லையைப் பெற மாதிரி அளவைத் தேர்ந்தெடுக்கவும். அதாவது, ஒவ்வொரு படைகளிலிருந்தும் சமமான எண்ணிக்கையிலான அவதானிப்புகளை நீங்கள் எடுக்க வேண்டும்.

$$W_i = n_i/n \Rightarrow n_i = nW_i$$

2 மணிநேர வழுவின் எல்லை

$$2\sqrt{v\hat{r}(\bar{x}_{st})} = 2 \rightarrow v\hat{r}(\bar{x}_{st}) = 1 = D$$

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில்

$$\begin{array}{lll} S_1 = 5.95 & S_1 = 15.25 & S_3 = 9.36 \\ N_1 = 155 & N_2 = 62 & N_3 = 93 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 N_i S_i^2 &= 155 \times (5.95)^2 + 62 \times (15.25)^2 + 93 \times (9.36)^2 \\ &= 5487.3875 + 14418.875 + 8147.6928 \\ &= 28053.9553 \end{aligned}$$

$$N^2 D = N^2 = 310^2 = 96100$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \frac{N_i^2 S_i^2}{w_i} &= \frac{155^2 \times (5.95)^2}{1/3} + \frac{62^2 \times (15.25)^2}{1/3} + \frac{93^2 \times (9.36)^2}{1/3} \\ &= 2551635.188 + 2681910.75 + 2273206.291 \\ &= 7,506,752.229 \end{aligned}$$

$$n = \frac{\sum_{i=1}^L N_i^2 \frac{s_i^2}{w_i}}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i s_i^2} = \frac{7,506,752.229}{96100 + 28053.9553}$$

$$= 60.46$$

எனவே, பரிசோதனை செய்பவர் / ஆராய்ச்சியாளர் $n = 60$ அவதானிப்புகளை எடுக்க வேண்டும்

$$n_1 = n w_1 = 60 \times \frac{1}{3} = 20$$

$$n_2 = 20, \quad n_3 = 30$$

உதாரணம்

மேலே உள்ள உதாரணத்திற்கான வழு மதிப்பீட்டின் அடிப்படையில் மொத்த குடித்தொகையை 400 மணிநேர வரம்புடன் மதிப்பிட விரும்புகிறோம். ஒவ்வொரு படைகளிலிருந்தும் சம எண்ணிக்கையிலான அவதானிப்புகள் எடுக்கப்பட வேண்டுமானால், பொருத்தமான மாதிரி அளவைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.

பயிற்சி வினாக்கள்

1. ஆறாம் வகுப்பில் படிக்கும் மாணவர்களுக்கான வாசிப்புப் புரிதல் தேர்வில் பெறக்கூடிய சராசரி மதிப்பெண்ணை மதிப்பிட பள்ளி விரும்புகிறது. பாடசாலையின் மாணவர்கள் மூன்று பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளனர், வேகமாகக் கற்றுக்கொள்பவர்கள் பிரிவு I, மெதுவாக கற்பவர்கள் பிரிவு III மற்றும் ஏனையவர்கள் பிரிவு II இலும் காணப்படுகின்றனர். இந்த முறை தேர்வு மதிப்பெண்களின் வித்தியாசங்களைக் குறைக்க வேண்டும் என்பதால் பாடசாலையானது பிரிவுகளை படைகளாக பிரிக்க முடிவு செய்கிறது. ஆறாம் வகுப்பில் பிரிவு I இல் 55 மாணவர்களும், பிரிவு II இல் 80 பேரும் பிரிவு III இல் 65 பேரும் உள்ளனர். 50 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு படை எழுமாற்று மாதிரியானது

விகிதாசாரப்படி ஒதுக்கப்பட்டு, I, II, மற்றும் III பிரிவுகளில் இருந்து $n_1=10$, $n_2=16$, மற்றும் $n_3=14$ என்ற எளிய எழுமாற்று மாதிரிகளை பிரதிபலிக்கின்றது. அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ள முடிவுகளுடன், மாணவர்களின் மாதிரிக்கு சோதனை நிர்வகிக்கப்படுகிறது.

- a. ஆறாம் வகுப்பிற்கான சராசரி மதிப்பெண் மற்றும் மதிப்பீட்டின் வழி என்பவற்றை மதிப்பிடவும்,

படை I (வேகமாகக் கற்றுக்கொள்பவர்கள்)	படை II (ஏனையவர்கள்)	படை III (மெதுவாக கற்பவர்கள்)
80 92	85 82	42 32
68 85	48 75	36 31
72 87	53 73	65 29
85 91	65 78	43 19
90 81	49 69	53 14
	72 81	61 31
	53 59	42 30
	68 52	

- b. இந்தத் தரவுகளுக்கு இணையான பெட்டி படைகளை உருவாக்கி, நீங்கள் பார்க்கும் வடிவங்களில் கருத்துத் தெரிவிக்கவும். மாணவர்களை பிரிவுகளில் வைப்பதில் சிக்கல் இருக்கலாம் என்று நினைக்கிறீர்களா?

படை I, II மாணவர்கள் இடையே சராசரி மதிப்பெண்களில் உள்ள வித்தியாசத்தை மதிப்பிடுங்கள். மேலும் படை II மாணவர்களின் மதிப்பெண்களை விட படை I மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் சிறந்தது.

உசாத்துணை

Cochran, W.G. (1977), *Sampling Techniques*, John Wiley & Sons (1977).

Black, K. (2006), *Business Statistics*, John Wiley & Sons (2006).

அத்தியாயம் 06

முறைமையான மாதிரி (Systematic Sample)

- 6.1. அறிமுகம்
- 6.2. குடித்தொகை இடையின் மதிப்பீடு
- 6.3. மொத்த குடித்தொகையின் மதிப்பீடு
- 6.4. குடித்தொகை விகிதசமன

அத்தியாயம் பற்றிய சுருக்கமான விபரிப்பு

முதன்மையாக பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு மாதிரி ஆய்வு வடிவமைப்பு, இது மாதிரி தேர்வு செயல்முறையை எளிதாக்குகிறது, இது "முறைமையான மாதிரி" என்று அழைக்கப்படுகிறது.

இது குடித்தொகையானது எண்ஒழுங்கில் அல்லது எழுத்து ஒழுங்கில் அல்லது வேறு ஏதாவது ஒழுங்கில் ஒழுங்கு செய்யப்படும். அதிலிருந்து முதல் k அலகுகளில் முதலாவது அலகு தெரிவு செய்யப்படும். அதிலிருந்து தேர்ந்தெடுத்து ஒவ்வொரு அதன் ஒவ்வொரு K ஆவது அலகு எழுமாறாக எடுக்கப்படுவது முறைசார் மாதிரி என அழைக்கப்படுகிறது.

அத்தியாயத்தின் நோக்கம்

- முறைசார் மாதிரி என்றால் என்ன என்பது பற்றி தெளிவுபடுத்துதல்.
- ஏனைய மாதிரியைகளைப் பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக முறைசார் மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்கான முக்கிய காரணங்களை வேறுபடுத்தி விளங்கப்படுத்துதல்.

கற்றல் பெறுபேறு

- முறையானமாதிரித் தெரிவு செய்தல் என்பது பற்றி தெளிவுபடுத்துவீர்கள்.

- ஏனைய மாதிரி முறைகளைப் பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக முறைசார் மாதிரியைப் பயன்படுத்துவதற்கான முக்கிய காரணங்களை வேறுபடுத்தி விளங்கப்படுத்துவீர்கள்.

6.0 அறிமுகம்

எளிய எழுமாற்று மாதிரி மற்றும் படை எடுப்பு எழுமாற்று மாதிரிகளில் மாதிரி தெரிவின் போது அதிகமான செயற்பாடுகள் செய்ய வேண்டியுள்ளது.

முறைசார் மாதிரியின் அடிப்படை அம்சங்கள் பின்வருமாறு: சிலவேளைகளில் n பெயர்களைக் கொண்ட ஒரு மாதிரி ஒரு நீண்ட பட்டியலிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும் என்று வைத்துக்கொள்வோம். இந்தத் தெரிவை மேற்கொள்வதற்காக எளிய வழியாக, பொருத்தமான இடைவெளியைத் தேர்ந்தெடுத்து, பட்டியலில் சம இடைவெளியில் பெயர்களைத் தேர்ந்தெடுப்பதாகும்.

உதாரணமாக. இந்த வழக்கமான தேர்வு செயல்முறையின் தொடக்கப் புள்ளி எழுமாறாக இருந்தால் இந்த மாதிரியின் முடிவானது ஒரு முறைசார் மாதிரியாகும்.

எளிய எழுமாற்று மாதிரி மற்றும் படை எழுமாற்று மாதிரியைப் போலவே, குடித்தொகை, சராசரி, மொத்த மற்றும் விகிதம் ஆகியவற்றை மதிப்பிடுவதற்கான முறைகளை நாங்கள் வழங்குகிறோம். மதிப்பீட்டின் வழி மற்றும் மாதிரி அளவு தேவைகள் குறித்தும் நாங்கள் கலந்துரையாடுவோம்.

முறைசார் மாதிரியானது பின்வரும் காரணத்திற்காக எளிய எழுமாற்று மாதிரிக்கு ஒரு பயனுள்ள மாற்றீட்டை வழங்குகிறது:

1. முறைசார் மாதிரியானது மேற்கொள்வது எளிதானது. எனவே எளிய எழுமாற்று மாதிரி மற்றும் படை எழுமாற்று மாதிரிகளை விட களப்பணியாளர்களால் தெரிவு செய்யப்படும் வழிகளில் குறைவாக காணப்படும். குறிப்பாக நல்ல சட்டகம் ஒன்று கிடைக்காதவிடத்து ஆகும்.

2. எளிய எழுமாற்று மாதிரி வழங்குவதை விட முறைசார் மாதிரியானது ஒரு அலகு விலைக்கு அதிக தகவலை வழங்க முடியும்.

எளிய எழுமாற்று மாதிரியை விட முறையான மாதிரியானது ஒரு அலகு விலைக்கு அதிகமான தகவல்களை வழங்குகிறது. ஒரு முறையான மாதிரி பொதுவாக முழு குடித்தொகையிலும் ஒரே மாதிரியாக பரவிக் காணப்படுகின்றது, இதனால் ஒரு எளிய எழுமாற்று மாதிரியில் உள்ள தரவுகளின் சமமான அளவை விட குடித்தொகை பற்றிய அதிகமான தகவலை வழங்கலாம்.

6.1 குடித்தொகை இடையின் மதிப்பீடு

ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மக்கள் தொகை பரமாணங்களை மதிப்பிடுவதே பெரும்பாலான மாதிரி கணக்கெடுப்பின் நோக்கமாகும். மாதிரி இடையினைப் \bar{x} பயன்படுத்தி முறைமையான மாதிரியிலுள்ள குடித்தொகையின் இடையினை μ மதிப்பிட முடியும்.

குடித்தொகை இடையின் மதிப்பீடு μ

$$\hat{\mu} = \bar{x}_{sy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

மதிப்பிடப்பட்ட மாற்றிறன் \bar{x}_{sy}

$$\hat{Var}(\bar{x}_{sy}) = \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

இடையின் மாற்றிறன்

$$Var(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

\bar{x}_{sy} இன் மாற்றிறன்

$$Var(\bar{x}_{sy}) = \frac{\sigma^2}{n} [1 - (n-1)\rho]$$

ρ என்பது ஒரே மாதிரியான முறைமையான மாதிரியில் உள்ள இரண்டு அலகுகளுக்கிடையே உள்ள இணைவுத்தன்மைக்கான அளவீடு ஆகும்.

Sampling and Sampling Distributions

ρ ஆனது 1 க்கு நெருங்கி இருந்தால், மாதிரியில் உள்ள கூறுகள் அனைத்தும் அளவிடப்படும் குணாதிசயத்தைப் பொறுத்து மிகவும் ஒத்ததாக இருக்கும் மற்றும் முறைமையான மாதிரியானது எளிய எழுமாற்று மாதிரியை விட மாதிரியின் இடை அதிக மாற்றற்றனைக் கொடுக்கும்.

ρ ஆனது எதிர்மறையாக இருந்தால், எளிய எழுமாற்று மாதிரியை விட முறைமையான மாதிரி சிறந்ததாகக் கருதப்படும்.

ρ ஆனது 0 மற்றும் N க்கு நெருங்கியதாக மிக பெரியதாக இருந்தால், முறைமையான மாதிரியானது எளிய எழுமாற்று மாதிரிக்கு சமமானதாகக் காணப்படும்.

உதாரணம் : ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் ஊதியம் போன்ற மாறிகள் பற்றிய வருடாந்த தரவுகளை சேகரிப்பதன் மூலம் நாட்டில் உற்பத்தித் கைத்தொழில்களின் செயல்திறன் குறித்த பல்வேறு குறிகாட்டிகள் மத்திய அரசிடம் காணப்படுகின்றது. நிலையான கைத்தொழில்துறை பல்வகைமை அமைப்பு உற்பத்தித் கைத்தொழிலை 79 குழுக்களாகப் பிரிக்கிறது. முறைமையாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 16 கைத்தொழில்துறை குழுக்களின் மாதிரி மற்றும் சுருக்கமான தகவல்கள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

	n	Mean	Std
1987 Employees	16	122.1	111.4
1991 Employees	16	114.7	109.1
1987 Payroll	16	3331	3127
1991 Payroll	16	3704	3230
E91 – E87	16	-7.36	10.95

இந்தத் தகவல்களைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்குக.

1. மதிப்பீட்டின் வழி மற்றும் நம்பிக்கை மட்டம் 95% ஆகக் காணப்படும் போது 1987 இற்கான ஒரு கைத்தொழில்துறை குழுவின் இடையினை கணிப்பிடுக.
2. மதிப்பீட்டின் வழி மற்றும் நம்பிக்கை மட்டம் 95% ஆகக் காணப்படும் போது 1991 இற்கான ஒரு கைத்தொழில்துறை குழுவின் இடையினை கணிப்பிடுக.
3. மதிப்பீட்டின் வழி மற்றும் நம்பிக்கை மட்டம் 95% ஆகக் காணப்படும் போது 1991 இற்கும் 1987 இற்கும் இடையிலான ஊழியர்களின் வித்தியாசமான இடையினைக் கணிப்பிடுக. ஒரு கைத்தொழில்துறை குழுவின் இடையினை கணிப்பிடுக. 1987 மற்றும் 1991ல் காணப்படும் ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை சமமானதா என்று கூற முடியுமா?

The payroll mean in 1987 is $\bar{x}_{sy} = 3331$

$$\hat{V}ar(\bar{x}_{sy}) = \frac{s^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) = \frac{3127^2}{16} \left(\frac{79-16}{79} \right) =$$

487,359.278

$$B = 2\sqrt{\hat{V}ar(\bar{x}_{sy})} = 2\sqrt{487,359.278} = 1396.222$$

95% ஊஐ ளை: $\bar{x}_{sy} \pm B = 3331 \pm 1396.222$

6.2 மொத்த குடித்தொகையின் மதிப்பீடு

மொத்த குடித்தொகையின் மதிப்பீடு என்பது குடித்தொகையிலுள்ள மொத்த அலகுகளின் N பற்றிய அறிவு என்பதாகும். குடித்தொகை அளவு N என்பது பல நடைமுறைச் சூழ்நிலைகளில் காணப்படுவதில்லை.

இதனை பின்வரும் சமன்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி மொத்த τ இனை மதிப்பிட முடியும்.

$$\hat{\tau} = N\bar{x}_{sy}$$

τ இன் மாற்றற்றின்

$$\hat{V}ar(N\bar{x}_{sy}) = N^2\hat{V}ar(\bar{x}_{sy}) = N^2 \left(\frac{s^2}{n}\right) \left(\frac{N-n}{N}\right)$$

மேலுள்ள உதாரணத்தைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

1. 1987 இல் மொத்த ஊழியர்களின் எண்ணிக்கையினை மதிப்பிடுக. 79 உற்பத்தித் கைத்தொழில்களில் உள்ள குடித்தொகைக்கான 95% நம்பிக்கை மட்டம் மற்றும் மதிப்பீட்டிற்கான வழி என்பவற்றை கணிப்பிடுக.
2. 1991 இல் மொத்த ஊழியர்களின் எண்ணிக்கையினை மதிப்பிடுக. 79 உற்பத்தித் கைத்தொழில்களில் உள்ள குடித்தொகைக்கான 95% நம்பிக்கை மட்டம் மற்றும் மதிப்பீட்டிற்கான வழி என்பவற்றை கணிப்பிடுக.
3. 1991 இல் மொத்த ஊதியங்களை மதிப்பிடுக. 79 உற்பத்தித் கைத்தொழில்களில் உள்ள குடித்தொகைக்கான 95% நம்பிக்கை மட்டம் மற்றும் மதிப்பீட்டிற்கான வழி என்பவற்றை கணிப்பிடுக.

6.3 குடித்தொகை விகிதசமன்

ஒரு புலனாய்வாளர் குடித்தொகை விகிதசமனை மதிப்பிடுவதற்கு ஒரு முறைமையான மாதிரியிலிருந்து தரவைப் பயன்படுத்த விரும்புகிறார். உதாரணமாக, வரவிருக்கும் பத்திர வெளியீட்டிற்கு ஆதரவாக பதிவுசெய்யப்பட்ட வாக்காளர்களின் விகிதத்தை தீர்மானிக்க, புலனாய்வாளர் வாக்காளர் பதிவு பட்டியலில் இருந்து ஒரு 1இல் இருந்து k முறைமையான மாதிரி.

முறைமையான மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்ட குடித்தொகை விகிதசமனின் p ஆனது \hat{p}_{sy} எனக் குறிக்கப்படுகிறது. எளிய எழுமாற்று மாதிரியில் உள்ளதைப் போல, \hat{p}_{sy} இன் பண்புகள் மாதிரி இடைக்கு \bar{x}_{sy} இணையானவையாகக் காணப்படும், அதாவது அளவீடுகள் பின்வருமாறு வரையறுக்கப்பட்டு மாதிரி செய்யப்பட்ட i^{th}

அலகானது குறிப்பிட்ட பண்பை கொண்டிருக்கவில்லை என்றால் $x_i = 0$ என்றும், குறிப்பிட்ட பண்பை கொண்டிருந்தால் $x_i = 1$ என்றும் காணப்படும். \hat{p}_{sy} மதிப்பீடு என்பது மாதிரியிலிருந்து 0 மற்றும் 1 மதிப்புகளின் சராசரி எனப்படும்.

குடித்தொகை விகிதசமன் P :

$$\hat{p}_{sy} = \bar{x}_{sy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

\hat{p}_{sy} இன் மாற்றிறன் :

$$\hat{V}ar(\hat{p}_{sy}) = \frac{\hat{p}_{sy}\hat{q}_{sy}}{(n-1)} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

பத்திர வெளியீட்டிற்கு முன்மொழியப்பட்ட வாக்காளர்களின் விகிதத்தை மதிப்பிடுவதற்கு வாக்காளர் பதிவு பட்டியலில் இருந்து 1 இல் 6 முறைமையான மாதிரி ஒன்று பெறப்படுகிறது. குடித்தொகையில் அவ்வப்போது ஏற்படும் மாறுபாட்டால் மாதிரியின் முடிவுகள் பாதிக்கப்படாமல் இருப்பதை உறுதிப்படுத்த பல்வேறு எழுமாற்று தொடக்க புள்ளிகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இந்தத் தேர்தலுக்கு முந்தைய கருத்துக்கணிப்பின் குறியிடப்பட்ட முடிவுகள் பின்வருமாறு அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன. முன்மொழியப்பட்ட பத்திர வெளியீட்டிற்கு ஆதரவாக பதிவுசெய்யப்பட்ட 5775 (N=5775) வாக்காளர்களின் விகிதத்தை மதிப்பிடுக. விகிதசமனிற்கான 95% நம்பிக்கை மட்டம் மற்றும் வழு என்பவற்றை கணிப்பிடுக.

Voters	Response
	x_i
4	1
10	0
16	1

Sampling and Sampling Distributions

⋮	⋮
5766	0
5772	1
$\sum_{i=1}^{962} x_i = 652$	

$$\hat{p}_{sy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{962} 652 = 0.678$$

$$\hat{p}_{sy} = \bar{x}_{sy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

n = 6 பட்டியல்

N = 5775

$$x = \frac{5775}{6}$$

n = 962

சாத்தியமற்றது = 962 - 652 = 310

$$\hat{p}_{sy} = \frac{652}{962}$$

$\hat{p}_{sy} = 0.678$ சராசரி இடை

$$\hat{q}_{sy} = (1-p)$$

= 0.32

$$V\hat{a}r(\hat{p}_{sy}) = \frac{\hat{p}_{sy}\hat{q}_{sy}}{(n-1)} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

$$V\hat{a}r(\hat{p}_{sy}) = \frac{.678 \times .032}{(962-1)} \left(\frac{5775-962}{5775} \right)$$

$$0.00023 \times 0.84$$

$$= 0.0002$$

$$= \sqrt{.0002}$$

$$= 0.014$$

$$B = 2\sqrt{\text{Var}(\bar{x}_{sy})}$$

$$B = 2\sqrt{0.002}$$

$$= 2 \times 0.014$$

$$= 0.028$$

95% மதிப்பிட்ட இடை

இடை .678

$$B = 0.028$$

$$LL = \bar{x} - B = 0.678 - 0.028$$

$$UL = \bar{x} + B = 0.678 + 0.028$$

$$P = 0.5$$

$$P = \text{சாத்தியமானது}/n$$

$$0.5 = 652 / n$$

$$.5 n = 652$$

$$n = 652/.5$$

= 1304

மாதிரி அளவைத் தெரிவு செய்தல்

இப்போது B அலகுகளுக்குள் μ ஐ மதிப்பிட தேவையான அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கையைத் தீர்மானிப்போம். தேவையான மாதிரி அளவு க்கான பின்வரும் சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதன் மூலம் கண்டறியப்படுகிறது:

$$B = 2\sqrt{\text{Var}(\bar{x}_{sy})}$$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டிற்கான தீர்வு σ^2 மற்றும் ρ இரண்டையும் உள்ளடக்கியது, n ஐ தீர்க்க இது தெரிந்திருக்க வேண்டும். இங்கே n எனிய எழுமாற்று மாதிரியை மதிப்பிடுவதற்கு $\text{Var}(\bar{x}) = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$ செய்முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

வழு மதிப்பீட்டின் மீது பிணைக்கப்பட்ட B உடன் μ ஐ மதிப்பிடுவதற்கு தேவையான மாதிரி அளவு:

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} \quad \text{இங்கு } D = \frac{B^2}{4}$$

ஒரு பெரிய பயன்பாட்டு நிறுவனத்தின் நிர்வாகமானது, சராசரி கால அவகாசத்தில் உள்ள பற்றுச்சீட்டுகள் காலாவதியாகின்றன. குறித்த நிறுவனத்தில் $N=2500$ காலாவதியான வாடிக்கையாளர் கணக்குகளின் பட்டியலிலிருந்து முறைமையான மாதிரி முறையில் எடுக்கப்படுக்கின்றது. இதேபோன்று முந்தைய ஆண்டு நடத்தப்பட்ட கணக்கெடுப்பில், மாதிரி மாற்றிறன் $s^2 = 100$ நாட்கள் என கண்டறியப்பட்டது. μ I மதிப்பிடுவதற்குத் தேவையான மாதிரி அளவைத் தீர்மானிக்கவும், $B = 2$ நாட்களின் வழு மதிப்பிப்படுகின்றது.

இங்கு மாதிரி அளவு σ^2 ஐ s^2 க்கு பதிலாக மதிப்பிடப்படுகிறது.

$$D = \frac{B^2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$n = \frac{2500(100)}{(2500-1)1+100} = 96.19$$

இரண்டு நாட்களுக்குள், நிர்வாகமானது சராசரியாக 97 கணக்குகளை மதிப்பிட வேண்டும்.

குறிப்பு: அளவு B இன் வழு மதிப்பீட்டின் அடிப்படையில் மதிப்பிடுவதற்குத் தேவையான மாதிரி அளவைத் தீர்மானிக்க, மேலே வழங்கப்பட்ட தொடர்புடைய முறையைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

B அலகுகளுக்குள் p ஐ மதிப்பிடுவதற்குத் தேவையான மாதிரி அளவு, எளிய எழுமாற்று மாதிரியின் கீழ் p ஐ மதிப்பிடுவதற்கான மாதிரி அளவு முறை பயன்படுத்தி கண்டறியப்படுகிறது.

வழு மதிப்பீட்டின் மீது B உடன் பிணைக்கப்பட்ட p ஐ மதிப்பிடுவதற்கு தேவையான மாதிரி அளவு:

$$n = \frac{Npq}{(N-1)D + pq} \quad \text{றாநசந } D = \frac{B^2}{4}$$

ஒரு நடைமுறை சூழ்நிலையில், p நமக்குத் தெரியாது. ஒரு மதிப்பிடப்பட்ட பெறுமதியுடன் p ஐ மீள்வைப்பதன் மூலம் தோராயமான மாதிரி அளவைக் கண்டறியலாம். p ஐ மதிப்பிடுவதற்கு முன் தகவல் இல்லை என்றால், p = 0.5 மூலம் பழமையான மாதிரி அளவைப் பெறலாம்.

உதாரணம்: ஒரு விளம்பர நிறுவனம் ஒரு புதிய உற்பத்திக்கான விளம்பர பிரச்சாரத்தைத் தொடங்குகிறது. வாடிக்கையாளர் ஏற்றுக்கொள்வதைத் தீர்மானிக்க ஒரு சிறிய குடித்தொகையில் சாத்தியமான வாடிக்கையாளர்களை மாதிரியாகக் கொள்ள நிறுவனம் விரும்புகிறது. தனிப்பட்ட நேர்காணலுடன் தொடர்புடைய சில செலவை அகற்ற, புலனாய்வாளர்கள் சமூகப் பதிவேட்டில் பட்டியலிடப்பட்ட N = 5000 பெயர்களிலிருந்து ஒரு முறைமையான மாதிரியை இயக்கவும், தொலைபேசி நேர்காணல்கள் மூலம் தரவை

சேகரிக்கவும் முடிவு செய்தனர். p மதிப்பிடுவதற்குத் தேவையான மாதிரி அளவைத் தீர்மானிக்கவும். $B=0.03$ அளவின் வழுவின் அடிப்படையில் விகிதமாகக் காணப்படுகின்றது.

பயிற்சி வினாக்கள்

1. ஒரு குறிப்பிட்ட நிறுவனத்தின் நிர்வாகம் புதிய முதலீட்டுக் கொள்கைக்கு ஆதரவான ஊழியர்களின் விகிதத்தை மதிப்பிடுவதில் ஆர்வமாக உள்ளது. ஒரு குறிப்பிட்ட வேலை நாளின் முடிவில் கட்டிடத்தை விட்டு வெளியேறும் ஊழியர்களிடமிருந்து A 1ல் இருந்து 10 முறைமையான மாதிரி பெறப்படுகிறது.

- a. புதிய கொள்கைக்கு ஆதரவான p விகிதத்தை மற்றும் மதிப்பீட்டின் வழு என்பவற்றை மதிப்பிடவும். $N=5000$

Employee sampled	Response
3	1
13	0
23	1
.	.
.	.
.	.
4993	1

$$\sum_{i=1}^{500} y_i = 380$$

b. (a) இல் கோடிட்டுக் காட்டப்பட்டுள்ள சூழ்நிலைக்கு, $p = 0.03$ அலகுக்குள் மதிப்பிடுவதற்குத் தேவையான மாதிரி அளவைத் தீர்மானிக்கவும். எந்த வகையான முறைமையான மாதிரியை இயக்க வேண்டும்?

2. ஒரு தொழில்துறை நிறுவனத்தின் தரக் கட்டுப்பாட்டுப் பிரிவு, ஒரு ஒன்றுகூடலில் இருந்து வரும் 12-அவுன்ஸ் கேன்களில் நிரப்பப்படும் சராசரி அளவை மதிப்பிடுவதற்கு முறைமையான மாதிரியைப் பயன்படுத்துகிறது. அதனுடன் உள்ள அட்டவணையில் உள்ள தரவு, ஒரே நாளில் உற்பத்தியின் 1இல் இருந்து 50 முறையான மாதிரியைக் குறிக்கிறது.

a. மதிப்பீட்டின் வழி மற்றும் μ ஐ மதிப்பிடவும் $N=1500$

Amount of fill (in ounces)					
12.00	11.97	12.01	12.03	12.01	11.80
11.91	11.98	12.03	11.98	12.00	11.83
11.87	12.01	11.98	11.87	11.90	11.88
12.05	11.87	11.91	11.93	11.9	11.89
11.75	11.93	11.95	11.97	11.93	12.05
11.85	11.98	11.87	12.05	12.02	12.04

b. (a) இன் தரவைப் பயன்படுத்தி μ க்கு 0.025 அலகுக்குள் மதிப்பிடுவதற்குத் தேவையான மாதிரி அளவைத் தீர்மானிக்க,

உசாத்துணை

Cochran, W.G. (1977), Sampling Techniques, John Wiley & Sons (1977).

Black, K. (2006), Business Statistics, John Wiley & Sons (2006).

உசாத்துணை

Cochran, W.G. (1977), *Sampling Techniques*, John Wiley & Sons (1977).

Black, K. (2006), *Business Statistics*, John Wiley & Sons (2006).